УДК 517.958
MSC2000 35Q60, 35R30

© И. В. Прохоров, В. В. Золотарев, И. Б. Агафонов[1]

Задача акустического зондирования во флуктуирующем океане

Работа посвящена проблемам акустической томографии в случайно-неоднородных средах. В терминах модели, основанной на нестационарном уравнении переноса плотности энергии звуковых волн, сформулирована задача акустической локации морского дна по данным измерений, которые соответствуют схеме работы гидролокатора бокового обзора.

Ключевые слова: *уравнение переноса, акустическая томография.*

1. Введение

Проблема повышения разрешающей способности гидролокатора бокового обзора является одной из приоритетных задач системы технического зрения автономного необитаемого подводного аппарата [1]. Хорошо известно [2–4], что на построение гидролокационных изображений морского дна оказывает влияние не только траекторная нестабильность движения подводного носителя гидролокационной антенны, но и рассеивающие свойства морской среды, вызванные, например, флуктуациями плотности и коэффициента сжимаемости. В связи с этим представляется важным исследование класса моделей, учитывающих многократное рассеяние волн на случайных неоднородностях среды.

Существуют два основных подхода к рассмотрению проблемы многократного рассеяния звуковых волн: статистический и феноменологический [5–8]. При статистическом рассмотрении исходят из стохастических волновых уравнений с последующим усреднением по ансамблю реализаций флуктуирующих полей. При феноменологическом подходе предметом исследования является уравнение переноса, выражающее закон сохранения энергии излучения. В частности, целью статистического подхода является обоснование теории переноса излучения. Для высокочастотного излучения такое обоснование удается иногда провести, поскольку при увеличении частоты некогерентная часть излучения становится преобладающей и распространение звуковых волн можно описать в терминах амплитудных характеристик.

Принципы работы гидролокаторов бокового обзора с синтезированной апертурой (использование таких гидролокаторов считается одним из перспективных направлений современной гидроакустики) базируются, как правило, на интерферометрическом способе измерения когерентных эхо-сигналов [2–4]. Тем не менее, применение гидролокаторов бокового обзора традиционного типа, не использующих информацию о фазовых характеристиках полей, также широко распространено [9–11].

[1]Институт прикладной математики ДВО РАН, 690041, Владивосток, ул. Радио, 7; Институт проблем морских технологий ДВО РАН, 690021, Владивосток, ул. Суханова, 5а. Электронная почта: prh@iam.dvo.ru; lab32imtp@marine.febras.ru; iks@marine.febras.ru

Основной упор в данной работе сделан на исследование задач локации в сильно флуктуирующих средах, когда когерентная составляющая пренебрежимо мала. Поэтому выбор модели, основанной на нестационарном интегродифференциальном уравнении переноса излучения с соответствующими граничными условиями и описывающей распределение плотности энергии звуковых волн, оправдан. Естественно, что при физической интерпретации рассматриваемых в работе обратных задач мы будем подразумевать, что регистрация акустического сигнала осуществляется с помощью некогерентного гидролокатора. Еще одним аргументом в пользу феноменологической модели является следующее. Для повышения качества обработки принимаемого когерентного сигнала интерферометрическими методами необходимо иметь хорошее приближение для функции огибающей сигнала. Эти сведения могут быть получены с привлечением кинетического уравнения переноса излучения.

В работе для кинетической модели впервые сформулированы задачи определения отражающих свойств морского дна по некоторым сформированным данным измерений, полученным с носителя гидролокатора, движущегося с некоторой постоянной скоростью вдоль заданной траектории без угловых колебаний. Получено соотношение для принятого сигнала, содержащее два слагаемых, первое из которых определяется отражающими свойствами морского дна и придонных объектов, а второе обусловлено флуктуациями самой среды. Проанализированы частные случаи задачи: для точечных источников звука и в отсутствии рассеяния в среде.

2. Уравнение переноса акустических волн в случайно-неоднородной среде

Рассматривается нестационарный акустический процесс в среде, заполняющей некоторую область G в пространстве $\mathbb{R}^3$. Область G разбита на конечное число попарно непересекающихся подобластей G_i:

$$\overline{G} = \bigcup_{i=1}^{p} \overline{G}_i, \quad G_i \cap G_j = \emptyset,\ i \neq j, \quad G_0 = \bigcup_{i=1}^{p} G_i.$$

Области G_i интерпретируются как некоторые зоны неоднородной среды G с резко меняющимися акустическими характеристиками.

Линейную систему уравнений акустики для звукового давления $p(\mathbf{r},t)$ и скорости $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$ можно записать в следующем виде:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{dt} + \nabla p = 0 \quad \text{в} \quad G_0 \times [0,T], \tag{1}$$

$$\kappa \frac{\partial p}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{в} \quad G_0 \times [0,T], \tag{2}$$

где $\rho(\mathbf{r})$ и $\kappa(\mathbf{r})$ — плотность и сжимаемость среды в точке $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3$. Распределение плотности энергии звукового поля для решения (1),(2) имеет вид

$$\mathcal{E}(\mathbf{r},t) = \frac{\rho \mathbf{u}^2}{2} + \frac{\kappa p^2}{2}. \tag{3}$$

Будем предполагать, что плотность среды и ее сжимаемость в каждой подобласти G_i представимы в виде

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_i + \rho_i^{\epsilon}(\mathbf{r}), \quad \kappa(\mathbf{r}) = \kappa_i + \kappa_i^{\epsilon}(\mathbf{r}), \tag{4}$$

где функции $\rho_i^\epsilon(\mathbf{r}), \kappa_i^\epsilon(\mathbf{r})$ описывают малые случайные флуктуации плотности и сжимаемости в области G_i относительно средних значений ρ_i, κ_i с соответствующими корреляционными функциями [12–14]:

$$A_{\rho\rho}(\mathbf{r}) =< \rho_i^\epsilon(\mathbf{r}')\rho_i^\epsilon(\mathbf{r}'+\mathbf{r}) >,\ A_{\rho\kappa}(\mathbf{r}) =< \rho_i^\epsilon(\mathbf{r}')\kappa_i^\epsilon(\mathbf{r}+\mathbf{r}') >,\ A_{\kappa\kappa}(\mathbf{r}) =< \kappa_i^\epsilon(\mathbf{r}')\kappa_i^\epsilon(\mathbf{r}'+\mathbf{r}) > .$$

Угловые скобки означают операцию статистического усреднения.

Рассматривается случай, когда среднее расстояние между двумя соседними микронеоднородностями, вызывающими рассеяние волн, намного больше длины самой акустической волны. В реальности это условие может не выполняться. Тогда конгломерат микронеоднородностей, расположенных слишком близко между собой, рассматривают как одну неоднородность с заданными рассеивающими свойствами. Скорость распространения звуковой волны в отсутствие флуктуаций плотности выражается формулой $v(\mathbf{r}) = v_i = (\rho_i\kappa_i)^{-1/2}$ при $\mathbf{r} \in G_i$.

Используя сформулированные предположения, из системы уравнений (1),(2) можно получить кинетическое уравнение для функции $a(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)$, описывающей распределение плотности энергии в фазовом пространстве и связанной с энергией $\mathcal{E}$ соотношением

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \int\limits_{\mathbb{R}^3} a(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)d\mathbf{k}. \tag{5}$$

В консервативном случае уравнение для функции $a(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)$ имеет вид [12, 13]

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial}{\partial t} + v(\mathbf{r})\frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|}\cdot\nabla_r\right) a(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \frac{\pi v^2|\mathbf{k}|^2}{2}\int\limits_{\mathbb{R}^3} \delta(v|\mathbf{k}| - v|\mathbf{k}'|)\times \\ \times\left(\left(\frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|}\cdot\frac{\mathbf{k}'}{|\mathbf{k}'|}\right)^2 \widehat{A}_{\rho\rho}(\mathbf{k}-\mathbf{k}') + 2\left(\frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|}\cdot\frac{\mathbf{k}'}{|\mathbf{k}'|}\right)\widehat{A}_{\rho\kappa}(\mathbf{k}-\mathbf{k}') + \widehat{A}_{\kappa\kappa}(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\right)\times \\ \times\left(a(\mathbf{r}, \mathbf{k}', t) - a(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)\right)d\mathbf{k}',\end{aligned} \tag{6}$$

где $\widehat{A}_{\rho\rho}(\mathbf{k})$, $\widehat{A}_{\rho\kappa}(\mathbf{k})$, $\widehat{A}_{\kappa\kappa}(\mathbf{k})$ представляют собой преобразования Фурье соответствующих корреляционных функций $A_{\rho\rho}(\mathbf{r})$, $A_{\rho\kappa}(\mathbf{r})$, $A_{\kappa\kappa}(\mathbf{r})$ и через $\delta(x)$ обозначена одномерная дельта-функция Дирака. В последнее время уравнение (6) широко используется в подводной акустике для моделирования распространения акустических волн в турбулентном океане [12, 13].

Поскольку оператор рассеяния в (6) упругий, то модули волновых векторов для плотности энергии до рассеяния и после рассеяния равны. Следовательно, после масштабирования и соответствующих замен, уравнение (6) сводится к стандартной форме монохроматического уравнения переноса излучения:

$$\left(\frac{1}{v(\mathbf{r})}\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{k}\cdot\nabla_r + \mu(\mathbf{r}, \mathbf{k})\right) f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t) = \int\limits_{\Omega} \sigma(\mathbf{r}, \mathbf{k}', \mathbf{k}) f(\mathbf{r}, \mathbf{k}', t)d\mathbf{k}', \tag{7}$$

где, не нарушая общности рассуждений можно считать, что волновой вектор $\mathbf{k}$ принадлежит единичной сфере $\Omega = \{\mathbf{k} \in \mathbb{R}^3 : |\mathbf{k}| = 1\}$. Функция $f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)$ интерпретируется как плотность энергии волны в момент времени t в точке $\mathbf{r}$, распространяющейся с волновым вектором $\mathbf{k}$. Коэффициент μ, называемый коэффициентом ослабления, представим в виде

$$\mu(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = \mu_a(\mathbf{r}, \mathbf{k}) + \mu_s(\mathbf{r}, \mathbf{k}), \quad \mu_s(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = \int\limits_{\Omega} \sigma(\mathbf{r}, \mathbf{k}, \mathbf{k}')d\mathbf{k}',$$

где μ_s, μ_a — коэффициенты рассеяния и поглощения, а функция $\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{k}', \mathbf{k})$ — сечение рассеяния. В консервативном случае коэффициент поглощения $\mu_a = 0$ и сечение рассеяния σ выражается через функции $\widehat{A}_{\rho\rho}$, $\widehat{A}_{\rho\kappa}$, $\widehat{A}_{\kappa\kappa}$, входящие в уравнение (6).

Заметим, что предположение о постоянстве скорости $v(\mathbf{r})$ внутри зон G_i исключает из рассмотрения случай регулярной рефракции в среде. Регулярная рефракция может быть учтена в рамках кинетической модели при соответствующей модификации дифференциальной части уравнения (7) [14].

3. Начальные и граничные условия

Для удобства поделим границу множества G_0 на две части: внешнюю часть $\partial G = \partial \overline{G}_0$ и внутреннюю $\gamma = \overline{G}_0 \setminus \partial G$. Пусть

$$\Gamma^{\pm} = \{(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) \in \partial G \times \Omega \times [0, T] : \pm(\mathbf{n}(\mathbf{z}) \cdot \mathbf{k}) > 0\} \cup (\gamma \times \Omega \times [0, T]),$$

где через $\mathbf{n}(\mathbf{z})$ обозначен единичный вектор внешней нормали к границе области G. Если область G неограниченна, то внешняя граница множества G_0 может быть и пустой.

Обозначая через

$$f^{\pm}(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) = \lim_{\varepsilon \to +0} f(\mathbf{z} \mp \varepsilon \mathbf{k}, \mathbf{k}, t), \quad \mathbf{z} \in \partial G_0,$$

предельные значения функции f на границе, зададим следующие краевые условия для уравнения (7):

$$f^{-}(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) = (\widehat{B} f^{+})(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) + h(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t), \quad (\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) \in \Gamma^{-}. \tag{8}$$

Функция h моделирует поверхностные источники звука. Если поверхность не излучает звук, то $h = 0$ на этой поверхности, и в этом случае поверхность является границей раздела сред. Оператор сопряжения $\widehat{B}$ описывает отражающие свойства границы раздела.

Будем подразумевать, что оператор сопряжения является линейной комбинацией операторов сопряжения френелевского типа $\widehat{B}_{fr}$ и диффузного типа $\widehat{B}_d$, то есть

$$(\widehat{B} f^{+})(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) = \beta_{fr}(\widehat{B}_{fr} f^{+})(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) + \beta_d(\widehat{B}_d f^{+})(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t). \tag{9}$$

Френелевские условия сопряжения для функции f являются следствием непрерывности скорости $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ и давления $p(\mathbf{r}, t)$ звуковых волн на границе раздела сред [12], и чтобы определить $\widehat{B}_{fr}$, нам понадобится ввести некоторые обозначения. Пусть $\mathbf{z} \in \gamma$ лежит на границе контакта двух областей G_l, G_j, $l < j$, $\mathbf{n}(\mathbf{z})$ – внешняя нормаль к ∂G_j, κ_j, κ_l ρ_j, ρ_l – показатели сжимаемости и плотности сред G_j и G_l, и

$$\widetilde{\kappa}(\mathbf{z}, \zeta) = \begin{cases} \dfrac{\kappa_l \rho_l}{\kappa_j \rho_j}, & \text{если} \quad 0 < \zeta \le 1, \\[2ex] \dfrac{\kappa_j \rho_j}{\kappa_l \rho_l}, & \text{если} \ -1 \le \zeta < 0, \end{cases}$$

$$\psi(\mathbf{z}, \zeta) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(\zeta)\sqrt{1 - \widetilde{\kappa}^2(\mathbf{z}, \zeta)(1 - \zeta^2)}, & \text{если} \quad 1 - \widetilde{\kappa}^2(\mathbf{z}, \zeta)(1 - \zeta^2) \ge 0, \\ 0 & \text{иначе}, \end{cases}$$

где $\zeta(\mathbf{z}) = \mathbf{n}(\mathbf{z}) \cdot \mathbf{k}$. Учитывая сделанные обозначения, оператор $\widehat{B}_{fr}$ задается формулой [15, 16]:

$$(\widehat{B}_{fr} f^{+})(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) = R(\mathbf{z}, \zeta) f^{+}(\mathbf{z}, \mathbf{k}_R, t) + T(\mathbf{z}, \zeta) f^{+}(z, \mathbf{k}_T, t), \tag{10}$$

где

$$\mathbf{k}_R = \mathbf{k} - 2\zeta \mathbf{n}, \quad \mathbf{k}_T = \psi(\zeta)\mathbf{n} + \widetilde{\kappa}(\zeta)(\mathbf{k} - \zeta \mathbf{n}),$$

$$R(\zeta) = \frac{1}{2}(R_{\|}^2(\zeta) + R_{\perp}^2(\zeta)), \quad T(\zeta) = 1 - R(\zeta),$$
$$R_{\|}(\zeta) = \frac{\widetilde{\kappa}(\zeta)\psi(\zeta) - \zeta}{\widetilde{\kappa}(\zeta)\psi(\zeta) + \zeta}, \quad R_{\perp}(\zeta) = \frac{\psi(\zeta) - \widetilde{\kappa}(\zeta)\zeta}{\psi(\zeta) + \widetilde{\kappa}(\zeta)\zeta}.$$

Здесь $\mathbf{k}_R$ – волновой вектор волны, падающей на поверхность ∂G_j, и в результате зеркального отражения меняющий свое направление на $\mathbf{k}$; $\mathbf{k}_T$ – волновой вектор волны, изменившей свое направление на $\mathbf{k}$ в результате акта преломления по закону Снеллиуса. Все векторы $\mathbf{k}, \mathbf{k}_R, \mathbf{k}_T$ лежат в одной плоскости. Коэффициенты R и T характеризуют отражательную и пропускательную способность границы раздела сред G_l и G_j при Френелевском отражении [15].

Оператор $\widehat{B}_d$ в (9), описывающий рассеяние акустических волн на шероховатой поверхности, имеет вид

$$(\widehat{B}_d f^+)(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) = \int\limits_{\Omega} \sigma_d(\mathbf{z}, \mathbf{k}', \mathbf{k}) f^+(\mathbf{z}, \mathbf{k}', t) d\mathbf{k}', \tag{11}$$

где функция $\sigma_d(\mathbf{z}, \mathbf{k}', \mathbf{k})$ называется индикатрисой отражения. Для высокочастотного излучения индикатриса отражения выражается через преобразование Фурье автокорреляционной функции. Автокорреляционная функция описывает случайные флуктуации поверхности γ_d относительно некоторого среднего значения [12].

Величины β_{fr}, β_d в представлении (9) определяют доли френелевской и диффузной составляющих в отраженной волне. В консервативном случае $\beta_{fr} + \beta_d = 1$, если $\beta_{fr} = \beta_d = 0$, то при $h > 0$ поверхность является чисто излучающей, а при $h = 0$ – абсолютно поглощающей.

Для простоты будем предполагать, что в момент времени $t = 0$ источники звука в среде отсутствуют, то есть начальное условие для функции f имеет вид

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, 0) = 0, \quad (\mathbf{r}, \mathbf{k}) \in G \times \Omega. \tag{12}$$

Для согласования условий (8) и (12) необходимо, чтобы функция h в момент времени $t = 0$ обращалась в ноль. Для дальнейшего нам будет удобно продолжить функцию h нулем при $t \leq 0$. Также предполагается, что решение уравнения переноса $f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, t)$ стремится к нулю при $\mathbf{r} \to \infty$, если область G не ограничена.

4. Некоторые замечания о постановке обратных задач акустической томографии

Прямая, или классическая, задача для уравнения (7) заключается в нахождении функции f из уравнения (7) и краевого и начального условий (8),(12) при заданных функциях $\mu, \sigma, v, \rho, \kappa, \sigma_d, h$, входящих в уравнение (7) и граничное условие (8).

Теоретическое исследование прямой задачи мы оставим вне рамок данной работы и основное внимание сосредоточим на изучении обратной задачи для уравнения (7). Прямые задачи для нестационарного уравнения переноса с условиями непрерывной склейки решения уравнения на границах раздела сред рассматривались в работах [17–19]. Для условий непрерывной склейки оператор сопряжения имеет простой вид и задача может быть решена традиционным выбором пространства решений. Задачи для стационарного уравнения с обобщенными условиями сопряжения вида (8) исследовались в работах [15, 16, 20, 21]. Отметим, что нестационарные задачи подобного типа до сих пор не исследованы.

В общем виде обратные, или неклассические, задачи для уравнения переноса можно сформулировать следующим образом. Определить функции $\mu, \sigma, v, \rho, \kappa, \sigma_d$ или только их часть из уравнения (7) и условий (8),(12) и некоторому дополнительному условию. В данной модели искомые функции характеризуют физическое пространство, и их отыскание составляет основную проблему акустического зондирования.

Отметим, что при нахождении только одной из функций $\mu, \sigma, v, \rho, \kappa, \sigma_d$ или некоторой частичной информации о ней (например, о ее сингулярном носителе), остальные функции могут быть в этой задаче неизвестными, но в то же время не подлежать определению.

В рентгеновской томографии дополнительное условие заключается в том, чтобы задать функцию f на некотором множестве, доступном для измерений. Традиционно это множество Γ_a^+ представляет собой некоторую часть множества Γ^+:

$$f^+(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) = H(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t), \quad (\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) \in \Gamma_a^+. \tag{13}$$

Однако в акустической локации условие (13) почти никогда не реализуемо, поэтому в общем случае может быть задан лишь некоторый функционал от f следующего вида:

$$\int\limits_{\Omega_+(\mathbf{z})} S_a(\mathbf{z}, \mathbf{k}) f^+(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) d\mathbf{k} = H(\mathbf{z}, t), \tag{14}$$

где $\mathbf{n}(\mathbf{z})$ — вектор внешней единичной нормали к поверхности антенны, множество $\Omega_+(\mathbf{z})$ представляет собой часть сферы Ω, содержащей векторы $\mathbf{k}$, удовлетворяющие неравенству $\mathbf{n}(\mathbf{z}) \cdot \mathbf{k} > 0$, а функция $S_a(\mathbf{z}, \mathbf{k})$ характеризует диаграмму направленности приемной антенны в точке $\mathbf{z}$.

Для передающей антенны, которая в нашей модели описывается в терминах функции h, можно записать следующее представление

$$h(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) = s_a(\mathbf{z}, \mathbf{k}) h_0(t), \tag{15}$$

где s_a — диаграмма направленности передающей антенны, а функция $h_0(t)$ характеризует временную зависимость источника звука.

Для прямоугольной поршневой диафрагмы размером $2L_1 \times 2L_2$ с центром в точке $\mathbf{z}$ функция s_a имеет вид

$$s_a(\mathbf{z}, \mathbf{k}) = C \frac{\sin(L_1 \sin \alpha_1)}{L_1 \sin \alpha_1} \frac{\sin(L_2 \sin \alpha_2)}{L_2 \sin \alpha_2}, \tag{16}$$

где α_1, α_2 — углы между вектором $\mathbf{k}$ и его проекцией на плоскость, образованную $\mathbf{n}(\mathbf{z})$, и соответствующей осью симметрии антенны, L_1, L_2 — обезразмеренные параметры, характеризующие длину и ширину диафрагмы, C — нормировочный множитель, обеспечивающий равенство

$$\int\limits_{\Omega_-(\mathbf{z})} s_a(\mathbf{z}, \mathbf{k}) d\mathbf{k} = 1. \tag{17}$$

То же самое справедливо и для диаграммы направленности приемной антенны S_a.

Из (16) можно заметить, что увеличения направленности антенны можно добиться путем увеличения излучающей или принимающей поверхности, что в практически важных случаях ограничено размерами несущего антенну объекта. Это проблема может быть частично решена с помощью использования многоканальных антенн [2–4], позволяющих повышать разрешающую способность и качество фокусировки. Другой метод обработки данных в слабофокусирующих системах заключается в использовании гидролокаторов с синтезированной апертурой антенны. Существуют и другие способы, в том числе различные гибридные методы, объединяющие многоканальность антенны и возможность синтезирования ее апертуры [2–4].

5. Задача акустической локации морского дна

Для простоты будем рассматривать среду G, совпадающую со всем пространством $\mathbb{R}^3$ и состоящую всего из двух зон: G_1 и G_2. Область

$$G_2 = \{\mathbf{r} = (r_1, r_2, r_3) \in \mathbb{R}^3 : r_3 < -l\}, \quad l > 0,$$

интерпретируется как донная часть океана, а область

$$G_1 = \{\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 : r_3 > -l\} \setminus \gamma_a(t)$$

— как водная часть за вычетом некоторой поверхности $\gamma_a(t)$, на которой размещены излучающая и принимающая антенны, причем местоположение поверхности в пространстве зависит от времени. Для определенности будем полагать, что поверхность $\gamma_a(0)$ представляет собой достаточно малую прямоугольную часть плоскости $z_2 = 0$, центр симметрии которой расположен в начале координат. Все точки множества $\gamma_a(t)$ с течением времени перемещаются в пространстве $\mathbb{R}^3$ с постоянной скоростью $\mathbf{V} = (0, V, 0)$, где $V = |\mathbf{V}| = \text{const}$. Таким образом,

$$\gamma_a(t) = \{\mathbf{z} + t\mathbf{V}, \mathbf{z} \in \gamma_a(0)\}.$$

На множестве $\gamma_a(t)$ задаются граничные условия:

$$f^-(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) = h(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t), \quad (\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) \in \gamma_a(t) \times \Omega \times [0, T], \tag{18}$$

$$\int\limits_{\Omega} S_a(\mathbf{z}, \mathbf{k}) f^+(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) d\mathbf{k} = H(\mathbf{z}, t), \quad (\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) \in \gamma_a(t) \times \Omega \times [0, T]. \tag{19}$$

Функция S_a определяет диаграмму направленности приемных антенн, расположенных по обе стороны поверхности $\gamma_a(t)$. При $\mathbf{k} \in \{\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3) \in \Omega : k_1 > 0\}$ функция $S_a(\mathbf{z}, \mathbf{k})$ определяет диаграмму направленности "по правому борту", а при $\mathbf{k} \in \{\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3) \in \Omega : k_1 < 0\}$ — "по левому".

Чтобы избежать громоздких выражений, ограничимся лишь случаем, когда отражающие свойства дна на границе раздела $\gamma_d = \{\mathbf{z} \in \mathbb{R}^3 : z_3 = -l\}$ определяются диффузным оператором сопряжения с изотропией отражения, то есть

$$f^-(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) = (\widehat{B}_d f^+)(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t) \equiv \frac{\sigma_d(\mathbf{z})}{4\pi} \int\limits_{\Omega} f^+(\mathbf{z}, \mathbf{k}', t) d\mathbf{k}', \quad \mathbf{z} \in \gamma_d, \tag{20}$$

где функция $\sigma_d(\mathbf{z})$ является коэффициентом отражения поверхности γ_d и описывает степень неоднородности дна океана. В частности, линии разрывов этой функции могут указывать на наличие искусственных придонных объектов, резко отличающихся по своим отражающим свойствам от естественного ландшафта дна.

Рассмотрим следующие обратные задачи.

Задача 1. *Определить функцию $\sigma_d(\mathbf{z})$ в некоторой области $\gamma_d' \subset \gamma_d$ из уравнения (7), начального условия (12) и граничных условий (10)–(12), если функция μ известна, $\sigma = 0$ и функции $H(\mathbf{z}, t)$, $h(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t)$ и $S_a(\mathbf{z}, \mathbf{k})$ заданы для всех $(\mathbf{z}, t) \in \gamma_a(t) \times [0, T]$, $\mathbf{k} \in \Omega$.*

Задача 2. *Определить линии разрывов функции $\sigma_d(\mathbf{z})$ в области γ_d' из уравнения (7), начального условия (12) и граничных условий (18)–(20), если известны только функции $H(\mathbf{z}, t)$, $h(\mathbf{z}, \mathbf{k}, t)$ и $S_a(\mathbf{z}, \mathbf{k})$ при $(\mathbf{z}, t) \in \gamma_a(t) \times [0, T]$, $\mathbf{k} \in \Omega$.*

Область γ_d' является подмножеством γ_d, которое может быть "озвучено" за промежуток времени $[0, T]$ источником, расположенным на $\gamma_a(t)$.

Постановка задачи 2 отличается от постановки задачи 1 не только тем, что функция $\sigma \neq 0$, но и тем, что функции μ и σ не предполагаются заданными. В то же время они и не подлежат определению в этой задаче. Это в большей степени соответствует реальной ситуации, поскольку априорное знание свойств среды (океана) с высокой степенью точности вряд ли достижимо на практике.

Решение уравнения

$$\left(\frac{1}{v(\mathbf{r})}\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{k}\cdot\nabla_r + \mu(\mathbf{r},\mathbf{k})\right) f(\mathbf{r},\mathbf{k},t) = F(\mathbf{r},\mathbf{k},t) \tag{21}$$

может быть представлено в виде

$$f(\mathbf{r},\mathbf{k},t) = f^-(\mathbf{r} - d(\mathbf{r},-\mathbf{k})\mathbf{k},\mathbf{k},t - \frac{d(\mathbf{r},-\mathbf{k})}{v}) \exp\left(-\int\limits_0^{d(\mathbf{r},-\mathbf{k})} \mu(\mathbf{r}-\tau\mathbf{k},\mathbf{k})d\tau\right) + \\ + \int\limits_0^{d(\mathbf{r},-\mathbf{k})} \exp\left(-\int\limits_0^{\tau}\mu(\mathbf{r}-\tau'\mathbf{k},\mathbf{k})d\tau'\right) F(\mathbf{r}-\tau\mathbf{k},\mathbf{k},t-\frac{\tau}{v})d\tau, \tag{22}$$

где $d(\mathbf{r},\mathbf{k})$ — расстояние от точки $\mathbf{r}\in G$ до границы γ в направлении $\mathbf{k}$. Обозначим через $\widehat{S}$ оператор, действующий по правилу

$$(\widehat{S}f)(\mathbf{r},\mathbf{k},t) = \int\limits_{\Omega} \sigma(\mathbf{r},\mathbf{k}',\mathbf{k}) f(\mathbf{r},\mathbf{k}',t)d\mathbf{k}'. \tag{23}$$

Тогда, учитывая представление (22), граничное условие (8) и начальное условие (12), получаем следующее уравнение для решения задачи (7),(8),(12):

$$f(\mathbf{r},\mathbf{k},t) = (\widehat{B}_d f^+ + h)(\mathbf{r} - d(\mathbf{r},-\mathbf{k})\mathbf{k},\mathbf{k},t - \frac{d(\mathbf{r},-\mathbf{k})}{v}) \exp\left(-\int\limits_0^{d(\mathbf{r},-\mathbf{k})} \mu(\mathbf{r}-\tau\mathbf{k},\mathbf{k})d\tau\right) + \\ + \int\limits_0^{d(\mathbf{r},-\mathbf{k})} \exp\left(-\int\limits_0^{\tau}\mu(\mathbf{r}-\tau'\mathbf{k},\mathbf{k})d\tau'\right) (\widehat{S}f)(\mathbf{r}-\tau\mathbf{k},\mathbf{k},t-\frac{\tau}{v})d\tau, \tag{24}$$

Теперь подставим полученное представление в соотношение (19). Поскольку на границе $z_3 = -l$ функция $h = 0$, то для всех точек $\mathbf{z} \in \gamma_a(t)$ из (8), (19) и (24) получаем

$$H(\mathbf{z},t) = \int\limits_{\Omega} S_a(\mathbf{z},\mathbf{k}) f^+(\mathbf{z},\mathbf{k},t)d\mathbf{k} = H_1(\mathbf{z},t) + H_2(\mathbf{z},t), \tag{25}$$

где

$$H_1(\mathbf{z},t) = \int\limits_{\Omega} S_a(\mathbf{z},\mathbf{k}) (\widehat{B}_d f^+)(\mathbf{z} - d(\mathbf{z},-\mathbf{k})\mathbf{k},\mathbf{k},t - \frac{d(\mathbf{z},-\mathbf{k})}{v}) \times \\ \times \exp\left(-\int\limits_0^{d(\mathbf{z},-\mathbf{k})} \mu(\mathbf{z}-\tau\mathbf{k},\mathbf{k})d\tau\right) d\mathbf{k}, \tag{26}$$

$$H_2(\mathbf{z},t)=\int\limits_{\Omega} S_a(\mathbf{z},\mathbf{k})\int\limits_0^{d(\mathbf{z},-\mathbf{k})}\exp\left(-\int\limits_0^{\tau}\mu(\mathbf{z}-\tau'\mathbf{k},\mathbf{k})d\tau'\right)(\widehat{S}f)(\mathbf{z}-\tau\mathbf{k},\mathbf{k},t-\frac{\tau}{v})d\tau d\mathbf{k}. \quad (27)$$

В соотношениях (26) и (27) сделаем следующие замены переменных:

$$\mathbf{y}=\mathbf{z}-d(\mathbf{z},-\mathbf{k})\mathbf{k},\quad \mathbf{x}=\mathbf{z}-\tau\mathbf{k}. \quad (28)$$

Тогда, учитывая определения операторов $\widehat{S},\widehat{B}_d$, получим

$$H_1(\mathbf{z},t)=\int\limits_{\gamma_d} S_a\left(\mathbf{z},\frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|}\right)\sigma_d(\mathbf{y})\int\limits_{\Omega} f^+\left(\mathbf{y},\mathbf{k}',t-\frac{|\mathbf{y}-\mathbf{z}|}{v}\right)d\mathbf{k}'\times$$
$$\times\exp\left(-\int\limits_0^{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|}\mu(\mathbf{z}-\tau\frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|},\frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|})d\tau\right)\left|\frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|^3}\cdot\mathbf{n}(\mathbf{y})\right|d\mathbf{y}, \quad (29)$$

$$H_2(\mathbf{z},t)=\int\limits_{G_1} S_a\left(\mathbf{z},\frac{\mathbf{z}-\mathbf{x}}{|\mathbf{z}-\mathbf{x}|}\right)\exp\left(-\int\limits_0^{|\mathbf{z}-\mathbf{x}|}\mu\left(\mathbf{z}-\tau'\frac{\mathbf{z}-\mathbf{x}}{|\mathbf{z}-\mathbf{x}|},\frac{\mathbf{z}-\mathbf{x}}{|\mathbf{z}-\mathbf{x}|}\right)d\tau'\right)\times$$
$$\times\int\limits_{\Omega}\sigma\left(\mathbf{x},\mathbf{k}',\frac{\mathbf{z}-\mathbf{x}}{|\mathbf{z}-\mathbf{x}|}\right)f\left(\mathbf{x},\mathbf{k}',t-\frac{|\mathbf{z}-\mathbf{x}|}{v}\right)\frac{d\mathbf{k}'d\mathbf{x}}{|\mathbf{z}-\mathbf{x}|^2}. \quad (30)$$

Слагаемое H_1 в (25) описывает не рассеянную часть принимаемого сигнала. Именно это слагаемое несет в себе информацию о характеристиках дна. Напротив, слагаемое H_2 отвечает сигналу, вызванному случайными флуктуациями среды, и в данной задаче является шумом, препятствующим выделению из H полезного сигнала H_1.

Рассмотрим более подробно задачу 1. Из ограничений задачи 1 вытекает, что $H_2=0$. Поскольку $\sigma=0$, то на границе раздела сред G_1 и G_2 для решения уравнения (24) получаем следующую явную формулу:

$$f^+(\mathbf{y},\mathbf{k},t)=h\left(\mathbf{y}-d(\mathbf{y},-\mathbf{k})\mathbf{k},\mathbf{k},t-\frac{d(\mathbf{y},-\mathbf{k})}{v}\right)\exp\left(-\int\limits_0^{d(\mathbf{y},-\mathbf{k})}\mu\left(\mathbf{y}-\tau\mathbf{k},\mathbf{k}\right)d\tau\right).$$

Следовательно, из (29) выводим соотношение

$$H_1(\mathbf{z},t)=\int\limits_{\gamma_d} S_a\left(\mathbf{z},\frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|}\right)\sigma_d(\mathbf{y})\exp\left(-\int\limits_0^{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|}\mu(\mathbf{z}-\tau\frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|},\frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|})d\tau\right)\times$$
$$\times\int\limits_{\Omega} h\left(\mathbf{y}-d(\mathbf{y},-\mathbf{k}')\mathbf{k}',\mathbf{k}',t-\frac{|\mathbf{y}-\mathbf{z}|}{v}-\frac{d(\mathbf{y},-\mathbf{k}')}{v}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-\int\limits_0^{d(\mathbf{y},-\mathbf{k}')}\mu\left(\mathbf{y}-\tau\mathbf{k}',\mathbf{k}'\right)d\tau\right)d\mathbf{k}'\left|\frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|^3}\cdot\mathbf{n}(\mathbf{y})\right|d\mathbf{y}. \quad (31)$$

После замены переменных $\mathbf{z}' = \mathbf{y} - d(\mathbf{y}, -\mathbf{k}')\mathbf{k}'$ из предыдущего равенства получаем

$$H_1(\mathbf{z},t) = \int\limits_{\gamma_d} S_a\left(\mathbf{z}, \frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|}\right)\sigma_d(\mathbf{y})\exp\left(-\int\limits_0^{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|}\mu(\mathbf{z}-\tau\frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|}, \frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|})d\tau\right)\times$$
$$\times\int\limits_0^t\int\limits_{\gamma_a(t')} h\left(\mathbf{z}', \frac{\mathbf{y}-\mathbf{z}'}{|\mathbf{y}-\mathbf{z}'|}, t - \frac{|\mathbf{y}-\mathbf{z}|}{v} - \frac{|\mathbf{y}-\mathbf{z}'|}{v}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-\int\limits_0^{|\mathbf{y}-\mathbf{z}'|}\mu\left(\mathbf{z}'-\tau\frac{\mathbf{y}-\mathbf{z}'}{|\mathbf{y}-\mathbf{z}'|}, \frac{\mathbf{y}-\mathbf{z}'}{|\mathbf{y}-\mathbf{z}'|}\right)d\tau\right)\times$$
$$\times\left|\frac{\mathbf{y}-\mathbf{z}'}{|\mathbf{y}-\mathbf{z}'|^3}\cdot\mathbf{n}(\mathbf{z}')\right|d\mathbf{z}'dt'\left|\frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|^3}\cdot\mathbf{n}(\mathbf{y})\right|d\mathbf{y}. \quad (32)$$

Когда используется точечная передающая антенна вида

$$h(\mathbf{z},\mathbf{k},t) = \frac{\delta(\mathbf{z}-\mathbf{V}t)s_a(\mathbf{z},\mathbf{k})}{|\mathbf{n}(\mathbf{z})\cdot\mathbf{k}|}h_0(t), \quad \mathbf{z}\in\gamma_a(t), \quad (33)$$

где δ — поверхностная дельта-функция и s_a — диаграмма направленности точечной передающей антенны, из (32) для полезного сигнала получаем выражение

$$H_1(\mathbf{z},t) = \int\limits_{\gamma_d}\int\limits_0^t S_a\left(\mathbf{z}, \frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|}\right)\exp\left(-\int\limits_0^{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|}\mu\left(\mathbf{z}-\tau'\frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|}, \frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|}\right)d\tau'\right)\times$$
$$\times\sigma_d(\mathbf{y})\exp\left(-\int\limits_0^{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|}\mu\left(\mathbf{y}-\tau'\frac{\mathbf{y}-\mathbf{V}t'}{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|}, \frac{\mathbf{y}-\mathbf{V}t'}{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|}\right)d\tau'\right)s_a\left(\mathbf{V}t', \frac{\mathbf{y}-\mathbf{V}t'}{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|}\right)\times$$
$$\times h_0\left(t - \frac{|\mathbf{y}-\mathbf{z}|}{v} - \frac{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|}{v}\right)\frac{dt'}{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|^2}\left|\frac{\mathbf{z}-\mathbf{y}}{|\mathbf{z}-\mathbf{y}|^3}\cdot\mathbf{n}(\mathbf{y})\right|d\mathbf{y}, \quad (34)$$

При $\mathbf{z} = \mathbf{V}t$ из (34) следует

$$H_1(\mathbf{V}t,t) = \int\limits_{\gamma_d}\int\limits_0^t S_a\left(\mathbf{V}t, \frac{\mathbf{V}t-\mathbf{y}}{|\mathbf{V}t-\mathbf{y}|}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-\int\limits_0^{|\mathbf{V}t-\mathbf{y}|}\mu\left(\mathbf{V}t-\tau\frac{\mathbf{V}t-\mathbf{y}}{|\mathbf{V}t-\mathbf{y}|}, \frac{\mathbf{V}t-\mathbf{y}}{|\mathbf{V}t-\mathbf{y}|}\right)d\tau\right)\sigma_d(\mathbf{y})\times$$
$$\times\exp\left(-\int\limits_0^{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|}\mu\left(\mathbf{y}-\tau\frac{\mathbf{y}-\mathbf{V}t'}{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|}, \frac{\mathbf{y}-\mathbf{V}t'}{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|}\right)d\tau\right)s_a\left(\mathbf{V}t', \frac{\mathbf{y}-\mathbf{V}t'}{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|}\right)\times$$
$$\times h_0\left(t - \frac{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t|}{v} - \frac{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|}{v}\right)\frac{dt'}{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|^2}\left|\frac{\mathbf{V}t-\mathbf{y}}{|\mathbf{V}t-\mathbf{y}|^3}\cdot\mathbf{n}(\mathbf{y})\right|d\mathbf{y}, \quad (35)$$

Если ослабление сигнала в среде не происходит ($\mu = 0$), то формула (35) упрощается:

$$H_1(\mathbf{V}t,t) = \int\limits_{\gamma_d}\int\limits_0^t S_a\left(\mathbf{V}t, \frac{\mathbf{V}t-\mathbf{y}}{|\mathbf{V}t-\mathbf{y}|}\right)\sigma_d(\mathbf{y})s_a\left(\mathbf{V}t', \frac{\mathbf{y}-\mathbf{V}t'}{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|}\right)\times$$
$$\times h_0\left(t - \frac{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t|}{v} - \frac{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|}{v}\right)\frac{dt'}{|\mathbf{y}-\mathbf{V}t'|^2}\left|\frac{\mathbf{V}t-\mathbf{y}}{|\mathbf{V}t-\mathbf{y}|^3}\cdot\mathbf{n}(\mathbf{y})\right|d\mathbf{y}. \quad (36)$$

Фактически, соотношение (35) при заданном $H_1 = H$ является уравнением для задачи 1, из которого определяется функция $\sigma_d(\mathbf{y})$. Ясно, что формулы (35),(36) будут справедливы не только для точек, лежащих на линии $\mathbf{z} = \mathbf{V}t$, $t \in [0,T]$, то есть для случая, когда траектория движения приемника и передатчика совпадают. Например, они также справедливы для точек $\mathbf{z} = \mathbf{V}t + \mathbf{z}_0$, $\mathbf{z}_0 \in \gamma_a(0)$, где $\mathbf{z}_0$ — точка приема в момент времени $t = 0$. На практике чаще всего встречается именно такая ситуация.

Один из подходов, который можно применить к исследованию задачи 2, заключается в качественном анализе функции H_2. Если удастся показать определенную гладкость этого слагаемого, то решение задачи 2, по-видимому, может быть достигнуто методами, разработанными авторами ранее для подобных задач [20, 21]. Изучение этого вопроса, а также разработка методов численного решения задач 1 и 2 — предмет наших дальнейших исследований. Другое направление последующих изысканий мы связываем с изучением вопроса о влиянии траекторных нестабильностей при движении антенны, предположительно расположенной на подводном аппарате, на качество реконструкции дна. В этом случае скорость $\mathbf{V}$ является функцией, зависящей от времени, и поверхность $\gamma_a(t)$ перемещается вдоль некоторой линии, несильно отличающейся от прямой, но заранее не известной.

Авторы статьи признательны рецензенту за полезные замечания, касающиеся применимости рассмотренной модели к задачам акустического зондирования гидролокаторами бокового обзора.

Список литературы

[1] "Автономные подводные роботы: системы и технологии", *М.Д. Агеев, Л.В. Киселев, Ю.В. Матвиенко и др.; под общ. ред. М.Д. Агеева.*, Наука, М., 2005, 398 с.

[2] W.W.Jr. Bonifant, *Interferometic synthetic aperture sonar processing*, A thesis presented to the Academic Faculty in partial fulfillment of the requirements for the Degree Master of Science in Electrical Engineering, Georgia Institute of Technology, 1999, xxv+166 c.

[3] В.В. Золотарев, "Гидролокаторы с синтезированной апертурой для автономного подводного робота", *Подводные исследования и робототехника*, **1(3)**, (2007), 21–26.

[4] Ю.В. Матвиенко, В.А. Воронин, С.П. Тарасов, А.В. Скнаря, Е.В. Тутынин,, "Пути совершенствования гидроакустических технологий обследования морского дна с использованием автономных необитаемых подводных аппаратов", *Подводные исследования и робототехника*, **2(8)**, (2008), 4–15.

[5] Ю.Н. Барабаненков, Ю.А. Кравцов, С.М. Рытов, В.И. Татарский, "Состояние распространения волн в случайно-неоднородной среде", *Успехи физ. наук*, **102**:1, (1970), 3–42.

[6] А. Исимару, *Распространение и рассеяние волн в случайно - неоднородных средах*, т. 1,2, Мир, М., 1981

[7] Л.А. Апресян, Ю.А. Кравцов, *Теория переноса излучения*, Наука, М., 1983, 216 с.

[8] И.О. Ярощук, О.Э. Гулин, *Метод статистического моделирования в задачах гидроакустики*, Дальнаука, Владивосток, 2002, 352 с.

[9] *Справочник по гидроакустике*, ред. А.Е. Колесникова, Судостроение, Л., 1982, 344 с.

[10] П. Милн, *Подводные инженерные исследования*, Судостроение, Л., 1984, 340 с.

[11] К. Клей, Г. Медвин,*Акустическая океанография*, Мир, М., 1980, 582 с.

[12] G. Bal, J.B. Keller, G. Papanicolaou, and L. Ryzhik, "Transport theory for acoustic waves with reflection and transmission at interfaces", *Wave Motion*, **30**, (1999), 303–327

[13] G. Bal, “Kinetics of scalar wave fields in random media”, *Wave Motion*, **43**, (2005), 132–157

[14] G. Bal, “Radiative transfer equations with varying refractive index: a mathematical perspective”, *J. Opt. Soc. Am. A.*, **23(7)**, (2006), 1639–1644

[15] И.В. Прохоров, “О разрешимости краевой задачи для уравнения переноса излучения с обобщенными условиями сопряжения на границе раздела сред”, *Известия РАН. Серия математическая*, **67**:6, (2003), 169–192.

[16] И.В. Прохоров, “О структуре множества непрерывности решения краевой задачи для уравнения переноса излучения”, *Математические заметки*, **86**:2, (2009), 256-272.

[17] J. Voigt, “Positivity in time dependent linear transport theory”, *Acta Applicandae Mathematicae*, **2**, (1984), 311-331.

[18] Н.Б. Маслова, “Математические методы исследования уравнения Больцмана”, *Алгебра и анализ*, **3**:1, (1991), 3–56.

[19] В.Р. Кирейтов, “Многоскоростной потенциал пайерлса в задаче уточнения классического фундаментального акустического потенциала вблизи источника звука в однородном максвелловском газе”, *Сибирский математический журнал*, **40**:4, (1999), 834–860.

[20] I.V. Prokhorov, I.P. Yarovenko, V.G. Nazarov, “Optical tomography problems at layered media”, *Inverse Problems*, **24**:2, (2008), 025019, 13 с.

[21] И.В. Прохоров, “Определение поверхности раздела сред по данным томографического просвечивания”, *Журнал вычислительной математики и математической физики*, **42**:10, (2002), 1542–1555.

Представлено в Дальневосточный математический журнал 15 июля 2010 г.

Работа поддержана РФФИ (проект 09-01-98521), грантами конкурса интеграционных проектов ДВО, СО и УрО РАН (09-II-СУ-001, 09-II-СО-004)

Prokhorov I. V., Zolotarev V. V., Agafonov I. B. The Problem of Acoustic Sounding within Fluctuation Ocean. Far Eastern Mathematical Journal. 2011. V. 11. № 1. P. 76–87.

ABSTRACT

The work is devoted to the problems of acoustic tomography in random media. In terms of a model based on the non-stationary transfer equation energy density of acoustic waves, the problem of acoustic location from measurement data that correspond to the schema of the side-looking sonar.

Key words: *transfer equation, acoustic tomography.*