УДК 532.2 MSC2020 11B37 + 33E05

© Н.И. Белозеров<sup>1</sup>, К.А. Чехонин<sup>1</sup>

# Роль поверхностного натяжения и смачивания при выращивании металлоизделий в прямых лазерных технологиях 3D-печати

Рассматривается трехмерный конвективный тепломассоперенос возникающий в ванне расплава металла при наращивании слоя в лазерных технологиях 3Dпечати (L-DED-технология). В основу математической модели рассматриваемого неизотермического гидродинамического процесса с фазовым переходом положены уравнения Навье – Стокса, неразрывности и энергии с учетом диффузионных, конвективных и радиационных тепловых потерь. Динамическая модель свободной поверхности расплава металла включает скачок давления Лапласа, силы Марангони и условия смачивания. Численное решение задачи производится методом смешанных конечных элементов с дивергентно устойчивой аппроксимацией основных переменных. Показано влияние поверхностного натяжения и динамики смачивания на эволюцию геометрических параметров ванны с расплавом при выращивании тонкой стенки.

Ключевые слова: L-DED-технологии, поверхностное натяжение, смачивание, конвективный тепломассоперенос, фазовый переход, свободная поверхность.

DOI: https://doi.org/10.47910/FEMJ202414

# Введение

Эффекты поверхностного натяжения и смачивания при лазерном наращивании слоя металла в лазерных аддитивных (прямых, селективных) технологиях играют определяющую роль на гидродинамическую устойчивость жидкого валика наращиваемого слоя. В условиях возникающих в ванне с расплавом больших градиентов температуры рассматриваемые эффекты оказывают существенное влияние на её геометрические параметры, вихревую структуру и уровень скорости конвективного потока расплава. Кроме этого, возникающее в ванне пространственно-временное

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Хабаровское отделение Института прикладной математики ДВО РАН, 680000, г. Хабаровск, ул. Серышева, 60.

Электронная почта: nbel444@mail.ru (Н.И. Белозеров), lex7861@rambler.ru (К.А. Чехонин).

распределение температуры существенно влияет на фазовое состояние, формируемую микроструктуру, механические свойства и возникающие дефекты (пористость, баллинг-эффект, непроплавления слоя и т.д.) в наращиваемом слое и изделии [1–3]. Динамическое взаимодействие расплава металла с твердой поверхностью подложки характеризуется контактными углами смачивания и оказывает существенное влияние на геометрию наращиваемого слоя и адгезию между слоями материала [3]. Следует отметить, что на супергидрофобных поверхностях подложки крайне сложно нарастить слои металла с хорошей адгезионной прочностью и низкой пористостью. Кроме этого, на формирование контактных условий между наращиваемыми слоями существенную роль играют и технологические режимы (мощность лазера, скорость сканирования и массовый расход порошка). Так, существенное увеличение массового расхода порошка металла в L-DED-технологии может привести к формированию валиков выпуклой формы с динамическими контактными углами смачивания более 120 градусов, что способствует образованию отмеченных выше дефектов и высокой пористости в изделии. В то же время увеличение интенсивности лазерного излучения как правило приводит к более устойчивому формированию выпуклых валиков с динамическим контактным углом смачивания менее 75 градусов и улучшенными адгезионными свойствами между наращиваемыми слоями.

Общирный обзор используемых к настоящему времени математических моделей конвективного тепломассопереноса в L-DED-технологии и эффективных численных методов их решения представлен в работах [1–3]. Влияние основных технологических режимов в L-DED-технологии на геометрию формируемого валика металла, морфологию и микроструктуру отвержденного материала исследована многими авторами [4–6]. В работах [4, 5] разработана трехмерная феноменологическая модель тепломассопереноса в ванне с расплавом и проведены численные исследования эволюции полей температуры и скорости. Показано влияние массового расхода порошка и интенсивности лазерного излучения на распределение температурного поля, скорости в ванне с расплавом и геометрические параметры формируемого слоя. В работе [6] путем проведения численных экспериментов показано влияние технологических режимов на геометрические параметры многослойной укладки. Отмечено, что с увеличением скорости лазерного сканирования длина ванны с расплавом на начальном этапе сильно увеличивается, что может привести к гидродинамической неустойчивости жидкого слоя по механизму Плато–Рэлея.

Несмотря на разнообразие используемых математических моделей в L-DED-технологии, ни одна из них не рассматривает в явном виде тепломассоперенос в ванне расплава с динамическими условиями смачивания расплавом твердой поверхности подложки. Это связано со сложным математическим описанием многомасштабной динамики смачивания расплава металла на поверхности подложки в условиях фазового перехода [7–11].

Во-первых, это численное решение нелинейных уравнений в изменяющейся во времени расчетной области с неизвестными границами. Кроме этого, требуется вычисление кривизны свободной поверхности, которая включает в себя вторые производные по свободной поверхности. Применение сплайнов для интерполяции свободной поверхности в большинстве случаев приводит к её нефизичным осцилляциям и требует использования дополнительных вычислительных фильтров [7]. Во-вторых, необходима численная реализация выбранного механизма динамического взаимодействия фаз на линии трехфазного контакта (ЛТФК) с вычислением динамического краевого угла [7,8].

Следующая трудность связана с сингулярностью касательных напряжений и давления на ЛТФК при использовании условий прилипания и изменяющимся от 180 градусов контактным углом смачивания («кинематический парадокс» Скривена [7,8]). Кроме этого, свободная поверхность имеет сложную, как правило, выпуклую (или вогнутую) геометрию, и ее координаты заранее не известны. Вычисление ее положения в изменяющейся во времени расчетной области с использованием явных алгоритмов аппроксимации в условиях малых значений капиллярного числа требует использования очень малых шагов интегрирования по времени. Моделирование капиллярных течений со свободной поверхностью усложняется в неизотермических условиях фазовых переходов жидкости (испарения или затвердевания), с возникновением дополнительных неизвестных границ в расчетной области [7–12].

Целью настоящей работы является разработка адекватной математической модели, эффективного алгоритма численного расчета тепломассопереноса в L-DEDтехнологии с учетом комплексного влияния поверхностного натяжения и динамики смачивания расплавом металла твердой подложки. Рассматривается трехмерный конвективный тепломассоперенос в ванне расплава металла при взаимодействии с движущемся лазерным источником энергии и струей инертного газа с порошком. Динамическая модель свободной поверхности расплава металла включает скачок давления Лапласа, силы Марангони и условия смачивания подложки. Численное решение производим методом смешанных конечных элементов с дивергентно устойчивой аппроксимацией основных переменных [13]. Настоящее исследование является дальнейшем шагом в развитии математической модели и численного алгоритма, приведенных в недавней работе [14], и идей, предложенных в [15, 16].

#### 1. Постановка задачи

Рассмотрим трехмерное термокапиллярное конвективное течение расплавленного металла в изменяющейся во времени области  $\Omega_t$  (рис. 1). Предполагаем, что интенсивность энергии лазерного источника и массовый расход порошка материала на поверхности расплава распределены равномерно. Понижение интенсивности воздействия энергии лазера происходит вследствие его взаимодействия со струей порошка и неполной абсорбции расплавом ванны. Считаем, что гравитационные силы незначительны по сравнению с капиллярными (число  $Bo \ll 1$ ). Процессом испарения расплава пренебрегаем. Плавление порошка при взаимодействии с лазерным лучом и ванной расплава происходит мгновенно. Неизотермическое течение вязкой жидкости в ванне расплава является ламинарным и несжимаемым. Приток массы порошка в ванну с расплавом учитываем путем введения источникового члена в уравнение неразрывности. Динамику течения струи порошка из загрузочного сопла в ванну с расплавом не рассчитываем, эффективность его улавливания ванной определяем на основе эмпирических экспериментальных данных [17, 18].



Рис. 1. Расчетная область задачи.

В начальный момент времени поверхность подложки предполагаем плоской, имеющей заданную начальную температуру. В момент включения лазера рабочая поверхность подложки начинает плавиться с образованием ванны расплава. При подаче порошка в ванну, на поверхности подложки образуется растущая капля металлического расплава, в которой под действием сил Марангони и Буссинеска возникает конвективный тепломассоперенос. Область рассматриваемого течения  $\Omega_t$  (рис. 1) ограничена изменяющейся во времени свободной поверхностью  $\Gamma_f$  с ЛТФК  $\partial \Gamma_f$  и динамическим контактным углом смачивания  $\theta_d$ . Неизвестную границу фазового перехода  $\Gamma_{sl}$  определяем по значению температуры плавления. Считаем, что область плавления  $\Gamma_{sl}$  представляет собой дендритный слой с характерным размером дендритов  $d_{\phi}$ .

С учетом сделанных выше предположений математическое моделирование гидродинамической стадии L-DED-технологии будет заключаться в определении вектора скорости **v**, давления p и температуры T, удовлетворяющих в изменяющейся расчетной области  $\Omega_t$  (рис. 1)

• уравнениям движения

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\boldsymbol{\nabla} p + \boldsymbol{\nabla} \cdot \left[ \mu (\boldsymbol{\nabla} \mathbf{v} + \boldsymbol{\nabla}^T \mathbf{v}) \right] + \mathbf{f}_{\mathbf{D}} + \mathbf{f}_{\mathbf{B}}, \tag{1}$$

• уравнению неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \mathbf{v}) = \dot{S}_m, \tag{2}$$

• уравнению энергии

$$\frac{\partial(\rho H)}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \mathbf{v} H) = \boldsymbol{\nabla} \cdot k \left( \boldsymbol{\nabla} T \right) + q_T + q_h + q_l.$$
(3)

где  $\rho$  — плотность,  $\mu$  — вязкость металла,  $\mathbf{f}_{\mathbf{B}} = \rho\beta \mathbf{g} (T - T_l)$  — объемные силы Буссинеска,  $\beta$  — коэффициент температурного распирения,  $T_l$  — температура жидкой фазы, k — теплопроводность,  $H(T) = \int_{T_0}^T c_p(T) dT$  — энтальпия,  $c_p$  — удельная теплоёмкость,  $\dot{S}_m = \frac{\eta_c \dot{m}_p}{nV_c}$ , — источниковый член,  $\eta_c$  — коэффициент эффективности улавливания порошка,  $\dot{m}_p$  — массовый расход порошка, n — количество активных ячеек на свободной поверхности  $\Gamma_f$ ,  $V_c$  — объем элементарной ячейки на  $\Gamma_f$  (рис. 1),  $\mathbf{f}_{\mathbf{D}} = -K_0 \frac{(1-f_l)^2}{f_l + e_0)^3} \cdot \mathbf{v}$  — объёмная сила сопротивления течению расплава в дендритном слое области фазового перехода  $\Gamma_{sl}$  (рис. 1),  $K_0 = \frac{180\mu}{d_s^2}$ ,  $e_0 \ll 1$  [18].

В уравнении (3) источниковые члены  $q_T$ ,  $q_h$  и  $q_l$  имеют вид

$$q_{T} = -\rho L \left[ \frac{df_{l}}{dt} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) f_{l} \right],$$

$$q_{h} = q_{p} + q_{s},$$

$$q_{p} = \frac{\eta_{c} \dot{m} \left[ H + L \right]}{\pi r^{2}} |\nabla \alpha_{1}|$$

$$q_{s} = \frac{\eta_{s} (P - \eta_{c} \dot{m} \left[ H + L \right] / \eta_{p})}{\pi r^{2}} |\nabla \alpha_{1}|$$

$$q_{l} = - \left[ h_{c} \left( T - T_{0} \right) + \varepsilon \sigma_{b} \left( T^{4} - T_{0}^{4} \right) \right] |\nabla \alpha_{1}|$$

где L — латентное тепло,  $q_p$  и  $q_s$  — тепловые потоки возникающие от лазерного источника энергии с учетом потерь на плавление частиц порошка и подложки,  $\eta_s$  и  $\eta_p$  — коэффициенты поглощения лазерной энергии подложкой и порошком соответственно, P — мощность лазерного излучения, r — радиус лазерного луча,  $\alpha_1$  — объёмная доля жидкой фазы на  $\Gamma_f$ ,  $q_l$  — конвективные потери энергии вследствие теплоотдачи и радиации,  $h_c$  — коэффициент теплоотдачи с окружающей средой,  $\varepsilon$  — уровень радиационной эмиссии,  $\sigma_b$  — коэффициент Стефана – Больцмана. Следует отметить, что в рассматриваемой модели распределение тепловых потоков  $q_p$ ,  $q_l$  и  $q_s$  по свободной поверхности металла равномерно со сглаживанием на трех ячейках сетки по объему.

Долю жидкой фазы $f_l$ в области фазового переход<br/>а $\Gamma_{sl}$ определяем из соотношений

$$f_l = \begin{cases} 0, & T \leq T_s; \\ \frac{T - T_s}{T_l - T_s}, & T_s < T < T_l; \\ 1, & T \ge T_l, \end{cases}$$

с условием сохранения массы

$$f_l + f_s = 1.$$

Для отслеживания свободной границы  $\Gamma_f$  (рис. 1) используем VOF-метод с объёмной долей жидкой фазы  $\alpha_1$  [18]:

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\alpha_1 \mathbf{v}) = 0. \tag{4}$$

Гидродинамической особенностью рассматриваемой задачи является наличие свободных границ  $\Gamma_f$ ,  $\Gamma_{sl}$  и ЛТФК  $\partial \Gamma_f$  (рис. 1). На свободной поверхности  $\Gamma_f$ , движущейся с кинематическим условием

$$\left(\frac{d\mathbf{x}}{dt} - \mathbf{v}\right) \cdot \mathbf{n} = 0,\tag{5}$$

динамические краевые условия будут включать в себя

$$-\left[p\mathbf{I} - \mu\left(\nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^{T}\right)\right] \cdot \mathbf{n} = \sigma\kappa\mathbf{n}|\nabla\alpha_{1}|\frac{2\bar{\rho}}{\rho_{1} + \rho_{2}} + \mathbf{n}\cdot\boldsymbol{\tau}\cdot\left(\mathbf{I} - \mathbf{n}\cdot\mathbf{n}\right), \qquad (6)$$
$$\mathbf{n}\cdot\boldsymbol{\tau}\cdot\left(\mathbf{I} - \mathbf{n}\cdot\mathbf{n}\right) = \frac{\partial\sigma}{\partial T}\left[\nabla T\cdot\mathbf{t}_{i} + \nabla T\cdot\mathbf{t}_{k}\right]|\nabla\alpha_{1}|\frac{2\bar{\rho}}{\rho_{1} + \rho_{2}},$$

где  $\sigma$  — поверхностное натяжение,  $\frac{\partial \sigma}{\partial T}$  — капиллярный температурный коэффициент,  $\kappa$  — кривизна свободной поверхности,  $\rho_1$  — плотность расплава,  $\rho_2$  — плотность газа,  $\bar{\rho}$  — среднее значение плотности на  $\Gamma_f$ ,  $\tau$  — тензор касательных напряжений на  $\Gamma_f$ , **n** — единичный вектор нормали к  $\Gamma_f$ ,  $\mathbf{t}_i$  и  $\mathbf{t}_k$  — единичные векторы касательной к  $\Gamma_f$  по направлению **i** и **k** соответственно (рис. 1).

На ЛТФК устанавливаем граничные условия скольжения и непротекания

$$\mathbf{n}_{s} \cdot \boldsymbol{T} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{n}_{s} \cdot \mathbf{n}_{s}) = -\beta_{1} \mathbf{v} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{n}_{s} \cdot \mathbf{n}_{s}), \mathbf{n}_{s} \cdot \mathbf{v} = 0.$$
(7)

где T — тензор касательных напряжений на ЛТФК,  $\mathbf{n}_s$  — единичный вектор нормали к твердой стенке в окрестности ЛТФК,  $\beta_1$  — коэффициент трения – скольжения. Для функциональной связи скорости движения ЛТФК и динамического краевого угла смачивания  $\theta_d$  используем модифицированную модель Воинова [19]

$$\theta_d^3 = \begin{cases} \theta_s^3 + 9Ca_{cl}[\ln(\beta_1)], & T \ge T_m; \\ \frac{\partial \theta_d}{\partial t} = 0, & T < T_m, \end{cases}$$
(8)

где  $\theta_s$  — равновесный контактный угол,  $Ca_{cl} = \frac{\mu v_{cl}}{\sigma}$  — капиллярное число,  $v_{cl}$  — скорость ЛТФК,  $T_m = \frac{1}{2}(T_l + T_s)$ ,  $T_l$  и  $T_s$  — температура ликвидуса и солидуса, соответственно.

#### 2. Результаты расчетов

Численное решение рассматриваемой задачи (1)–(8) производим методом смешанных конечных элементов [13]. Область решения покрывается конечно-элементной сеткой из четырехугольных изопараметрических конечных элементов второго порядка, использующих разрывную билинейную аппроксимацию давления. Рассматриваемая аппроксимация основных переменных задачи позволяет удовлетворить условию их совместности (условию Ладыженской – Бреци – Бабушки, или LBBусловию [13]). Теплофизические и реологические свойства материала подложки и порошка и их зависимости от температуры и фазового состояния берем для нержавеющей стали из работы [1]. Подложка размером  $10 \times 6 \times 2$  мм, сканируется лазерным лучом с интенсивностью лазерного излучения  $E_H = 66$  Дж/мм<sup>2</sup> при массовом расходе порошка  $\dot{m}_p = 7$  г/мин. Длина наращиваемого слоя металла составляет 10 мм. Для повышения эффективности вычислений и сеточной сходимости численного алгоритма используем адаптивные сетки с более мелкими ячейками в окрестности границ  $\Gamma_f$ ,  $\Gamma_{sl}$  и ЛТФК  $\partial \Gamma_f$  (рис. 1) [7,8].

Рис. 2 иллюстрирует эволюцию геометрии наращиваемого слоя и ванны расплава. Из результатов расчета следует, что на начальном этапе лазерного наращивания слоя подложка быстро нагревается и плавится вследствии воздействия высокоэнергетического луча лазера. В дальнейшем наращиваемый слой начинает расти при подачи порошка в расплавленную ванну. Под действием сил Марангони расплав начинает перетекать в хвостовую часть ванны с удлинением её размера. Рост высоты растущего валика показывает, что увеличение размеров ванны с расплавом существенно влияет на эффективность улавливания порошка ванной. По мере наращивания слоя энергия, поглощаемая расплавом и порошком, сравнивается с потерями энергии на диффузию и конвекцию, и в момент времени t=350 мс (рис. 3), приходит в квазиустановившееся состояние с размерами длиной 2.171 мм и шириной 1.781 мм.

Поле скорости и распределение температур в ванне расплава в момент квазиустановившегося состояния представлены на рис. 4. Следует отметить, что эффект Марангони оказывает определяющее влияние на тепломассоперенос в ванне расплава, её геометрию, а также на динамические процессы смачивания и растекания расплава по подложке (или предыдущему слою). На рис. 5 приведено распределение скорости на свободной поверхности продольного и поперечного сечения ванны



Рис. 2. Эволюция геометрии наращиваемого слоя и ванны расплава.



Рис. 3. Эволюция геометрии ванны расплава.

расплава. Из результатов расчетов следует, что скорость конвективного течения в передней области ванны выше, чем в хвостовой. Это связано с большим градиентом температуры в передней части ванны (рис. 5,а). В тоже время, распределение скорости в поперечном сечении ванны, симметрично относительно оси лазерного луча (рис. 5,б).

Отметим, что растекание расплава по подложке может происходить только при  $\theta_d > \theta_c$  с характерным временем  $t_p$  со скоростью растекания  $v_p$  и характерным временем затвердевания  $t_3$ :

$$t_p = \sqrt{\frac{\rho(w/2)^3}{\sigma}}, \quad v_p = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho(w/2)}}, \quad t_3 = 2\left(\frac{(w/2)^2}{3\alpha}\right)\ln\left(\frac{T - T_{\Pi}}{T_s - T_{\Pi}}\right),$$



Рис. 4. Поле скорости и распределение температур в ванне расплава.



Рис. 5. Распределение скорости и температуры a) по продольному и б) по поперечному сечению ванны расплава.

где w — характерная ширина ванны расплава,  $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$  — температуропроводность расплава,  $T_{\Pi}$  — температура подложки. Очевидно, что при  $t_3 \ll t_p$  геометрия валика становится выпуклой с контактным углом  $\theta_d > 90^\circ$ . Это может привести к дефектам при наращивании слоя (например, баллинг-эффект и т.д.). Для получения валиков с динамическими контактными углами смачивания  $\theta_d < 90^\circ$  необходимо выполнение условия  $t_3 > t_p$ . Характерное времена растекания и затвердевания для рассматрива-емого материала при T = 2400K составляют  $t_3 = 3t_p$ , где  $t_p = 53$  мкс [1].

Анализ влияния технологических режимов  $(P, v_c, \dot{m}_p)$  в L-DED-технологии наращивания слоя на геометрию валика [14–17] показал, что наибольшее влияние на динамику контактного угла смачивания оказывает массовый расход порошка. Рис. 6



Рис. 6. Влияние массового расхода порошка на динамический контактный угол смачивания подложки расплавом, при P = 2 кВт,  $v_c = 6$  мм/с.

иллюстрирует влияние удельного массового расхода порошка  $(\dot{m}_p/v_c)$  на геометрические параметры растекания валика и динамический контактный угол смачивания с подложкой. Из результатов расчета следует, что увеличение массового расхода порошка приводит к более выпуклой геометрии валика и росту контактного угла смачивания  $\theta_d$ , и, как следствие, к неудовлетворительной адгезии слоя с подложкой. Это объясняется значительным снижением средней температуры в ванне расплава, которая стремится к температуре плавления, а следовательно, к более короткому времени затвердевания расплава. Таким образом, ЛТФК фиксируется на подложке и не позволяет слою растекаться по подложке.

Теперь рассмотрим гидродинамические особенности, возникающие при выращивании тонкостенных конструкций путем последовательного наращивания в вертикальном направлении слоев металла. Из результатов экстперимента [17] следует, что при таком выращивании тонкостенного изделия его форма приобретает конусообразный вид. Однако, неясно, какой механизм этого формообразования и как получить изделие с вертикальными стенками? На рис. 7, 8 приведены результаты расчетов влияния капиллярного температурного коэффициента  $\frac{\partial \sigma}{\partial T}$  на процесс вертикального выращивания изделия из 6 слоев. Из результатов расчетов следует, что знак капиллярного температурного коэффициента  $(\pm \frac{\partial \sigma}{\partial T})$  оказывает существенное влияние на топологию ванны расплава, контактный угол смачивания, а следовательно, и на геометрию формируемой вертикальной стенки.

Проведенные численные исследования показали (рис. 7), что устойчивое выращивание тонкостренных конструкций из 6 слоёв нержавеющей стали удалось выполнить только при знакопеременном капиллярном температурном коэффициенте (рис. 7,в, 8).



Рис. 7. Влияние а) положительного, б) отрицательного, в) знакопеременного капиллярного температурного коэффициента  $\left(\frac{\partial\sigma}{\partial T}\right)$  на геометрические параметры выращивания вертикальной стенки.



Рис. 8. Эволюция ванны расплава и геометрических параметров при наращивании вертикальной стенки из 6 слоёв при знакопеременном капиллярном температурном коэффициенте: а) первый слой, б) третий слой, в) шестой слой.

## Выводы

Несмотря на то, что прямое лазерное выращивание изделий металла с использованием L-DED-технологии широко используются в промышленности, эта технология по-прежнему сталкиваются с проблемами, связанными с влиянием основных параметров процесса на геометрию ванны расплава и контактный угол смачивания. В настоящей работе разработана адекватная математическая модель и эффективный алгоритм численного расчета тепломассопереноса в L-DED-технологии с учетом комплексного влияния поверхностного натяжения и смачивания расплавом металла твердой подложки. Впервые, с учетом динамических условий смачивания расплавом поверхности подложки, показано распределение модуля вектора скорости на свободной поверхности в продольном и поперечном сечении ванны. Исследовано влияние массового расхода порошка на геометрию наращиваемого валика. Увеличение массового расхода порошка приводит к росту выпуклости формируемого валика и росту контактного угла смачивания. Показаны особенности влияния распределения поверхностного натяжения на свободной поверхности влияния распределения поверхностного изгла смачивания. Показаны особенности влияния распределения поверхностного изглаеми на свободной поверхности влияния распределения поверхностного изглаеми в б слоев.

## Список литературы

- Mukherjee T., DebRoy T., Theory and Practice of Additive Manufacturing 1st Edition, Wiley, 2023.
- [2] Рудской В.К. [и др.], Аддитивные технологии. Материалы и технологические процессы, Политех-Пресс, СПб, 2021, 515 с.
- [3] Liu T. S., Chen P., et al., "Review on laser directed energy deposited aluminum alloys", Int. J. Extrem. Manuf., 6:2, (2024), 022004.
- [4] Kovalev O., Bedenko D., Zaitsev A., "Development and application of laser cladding mod-

elling technique: From coaxial powder feeding to surface deposition and bead formation", *Appl. Math.*, **57**, (2018), 339–359.

- [5] Ye W.-S., Sun A.-D., Zhai W.-Z., Wang G.-L., "Finite element simulation analysis of flow heat transfer behavior and molten pool characteristics during 0Cr16Ni5Mo1 laser cladding", *J. of Materials Research and Technology*, **30**, (2024), 2186–2199.
- [6] Udin I., Valdaytseva E., Hislov N., "Numerical Estimation of the Geometry of the Deposited Layers during Direct Laser Deposition of Multi-Pass Walls", *Metals*, 11:12, (2021), 1972.
- [7] Chekhonin K. A., Vlasenko V. D., "Modelling of capillary coaxial gap filling with viscous liquid", Computational Continuum Mechanics, 12, (2019), 313–324.
- [8] Chekhonin K. A., Vlasenko V. D., "Three-dimensional Finite Element Model of Threephase Contact Line Dynamics and Dynamic Contact Angle", WSEAS transactions on fluid mechanics, 19, (2024), 577–582.
- [9] Shikhmurzaev Y. D., "Solidification and dynamic wetting: a unified modeling framework", *Physics of Fluids*, 33, (2021), 072101.
- [10] Herbaut et al R., "A criterion for the pinning and depinning of an advancing contact line on a cold substrate", Euro. Phys. J. Spec. Top., 229, (2020), 043602.
- [11] Gielen et al M. V., "Solidification of liquid metal drops during impact", J. Fluid Mech., 883:A32, (2020), 20.
- [12] Chekhonin K. A., Vlasenko V. D., "Three-dimensional finite element model of the motion of a viscous incompressible fluid with a free surface, taking into account the surface tension", *AIP conference proceedings. Actual problems of continuum mechanics: experiment, theory,* and applications, **207**, (2023), 030007.
- [13] Булгаков В.К., Чехонин К.А., Основы теории метода смешанных конечных элементов, Изд-во Хабар. политех. института, Хабаровск, 1999.
- [14] Белозеров Н. И., Чехонин К. А., "Трехмерное конечно-элементное моделирование течения расплава металла со свободной поверхностью в условиях движущегося лазерного источника", Дальневосточный математический журнал, 24:1, (2024), 9–21.
- [15] Белозеров Н. И., Чехонин К. А., "Самосогласованная численная модель гидродинамических процессов в технологии прямого лазерного наращивания слоя", Сборник тезисов XXVIII Всероссийской конференции по численным методам решения задач теории упругости и пластичности, 2023, 16–18.
- [16] Белозеров Н. И., Чехонин К. А., "Моделирование гидродинамических процессов в технологии прямого лазерного аддитивного процесса,", Современные проблемы механики сплошной среды, Тезисы докладов XXI Международной конференции, 2023, 12.
- [17] Yua J., Lin X., Wang J., "Mechanics and energy analysis on molten pool spreading during laser solid forming", *Applied Surface Science*, 256, (2010), 4612–4620.
- [18] Rappaz M., Bullet M., Deville M., Modeling in Materials Science and Engineering, Springer Verlag, Berlin, 2003.
- [19] Воинов О.В., "Гидродинамика смачивания", Механика жидкости и газа, 5, (1976), 76–84.

Поступила в редакцию 2 октября 2024 г.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПМ ДВО РАН (№ 075-00459-24-00). Belozerov N. I.<sup>1</sup>, Chekhonin K. A.<sup>1</sup> The role of surface tension and wetting in the cultivation of metal products in direct laser 3D printing technologies. Far Eastern Mathematical Journal. 2024. V. 24. No 2. P. 157–169.

 $^1\,\rm Khabarovsk$ Division of the Institute for Applied Mathematics, F<br/>ar Eastern Branch, Russian Academy of Sciences

## ABSTRACT

The three-dimensional convective heat and mass transfer occurring in a metal melt bath during layer build-up in 3D laser printing technologies (L-DED technology) is considered. The mathematical model of the considered non-isothermal hydrodynamic process with a phase transition is based on the Navier–Stokes, continuity and energy equations, taking into account diffusion, convective and radiative heat losses. The dynamic model of the free surface of the metal melt includes a Laplace pressure jump, Marangoni forces and wetting conditions. The numerical solution of the problem is performed by the method of mixed finite elements with a divergently stable approximation of the main variables. The influence of surface tension and wetting dynamics on the evolution of geometric parameters of a melt bath during thin wall growth is shown.

Key words: L-DED technologies, surface tension, wetting, convective heat and mass transfer, phase transition, free surface.