

УДК 532.5-1/-9 004.942

MSC2020 76U60

© А. Д. Ермаков^{1,2}

Применение программного пакета OpenFOAM для численного моделирования вихреобразования в несжимаемой жидкости при наличии вращения

В данной работе на основе численного моделирования системы уравнений Навье – Стокса исследуется задача вихреобразования в кубической ячейке при наличии силы вращения и постоянно действующей внешней силы. В ходе численных экспериментов в зависимости от амплитуды этих сил получено несколько типов течений: турбулентный режим, режим возникновения нескольких вихрей-циклонов и режим возникновения одного крупного антициклона. Для численного моделирования в данной работе используется пакет прикладных программ OpenFOAM.

Ключевые слова: *вращающаяся жидкость, прямое численное моделирование, OpenFOAM.*

DOI: <https://doi.org/10.47910/FEMJ202504>

Введение

Вихревое течение во вращающейся жидкости — широко известное явление в геофизике, астрофизике и инженерных приложениях [1–11]. Строго двумерных течений в природе не существует. Тем не менее многие атмосферные и океанические явления демонстрируют особенности двумерной и квазидвумерной турбулентности в связи с действием силы Кориолиса. Основной особенностью данного вида течений является подавление вертикальной составляющей вектора скорости и образование когерентных квазидвумерных вихревых структур, вытянутых вдоль оси вращения. Применение численного моделирования для решения таких задач является перспективным инструментом для детального исследования. В настоящее время пакеты программ для вычислительной гидродинамики (CFD-пакеты) представляют собой

¹ Институт автоматизации проектирования РАН, 123056, г. Москва, ул. 2-я Брестская, д. 19/18

² Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), 117303, г. Москва, ул. Керченская, д. 1 А, корп. 1. Электронная почта: ermakov.ad@phystech.edu

хорошо развитый аппарат для решения широкого класса физических задач. Они активно используются как учеными при проведении фундаментальных исследований, так и инженерными компаниями при проектировании и создании разнообразной высокотехнологичной продукции. OpenFOAM [12] — один из немногих прикладных программных пакетов с открытым исходным кодом для решения задач механики сплошных сред. Широкий инструментарий для формализации задачи, высокая эффективность реализации, а также хорошая масштабируемость под архитектуру вычислительной системы позволяют легко конструировать в пакете численные модели разной сложности. Открытый исходный код, в свою очередь, дает возможность в деталях контролировать ход решения, начиная от построения сетки до выбора схем аппроксимации слагаемых управляющей системы и методов численного решения. Это позволяет использовать OpenFOAM как для инженерных, так и для научных исследований.

Целью работы является демонстрация возможности применения пакета прикладных программ OpenFOAM для моделирования квазидвумерного течения в несжимаемой среде при наличии силы вращения и силы накачки.

1. Численная модель

Рассматривается течение несжимаемой жидкости в кубе, вращающемся с частотой Ω при наличии постоянно действующей во всем объеме внешней силы f . Динамика жидкости описывается нестационарной системой уравнений Навье – Стокса во вращающейся системе отсчёта [10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla(u\vec{V}) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v + f_0 \frac{A_x}{k_x} \cos(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) + \nu \Delta u, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla(v\vec{V}) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega u + f_0 \frac{A_y}{k_y} \sin(k_x x) \cos(k_y y) \sin(k_z z) + \nu \Delta v, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \nabla(w\vec{V}) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - f_0 \frac{(A_x + A_y)}{k_z} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \cos(k_z z) + \nu \Delta w, \\ \nabla\vec{V} &= 0; \quad \vec{V}|_{\Gamma} = 0, \quad \nabla_n p|_{\Gamma} = 0, \end{aligned}$$

где $\vec{V} = (u, v, w)$ — скорость движения жидкости, p — давление, ∇_n — нормальная компонента градиента, ρ — плотность жидкости, $\vec{k}_f = (k_{fx}, k_{fy}, k_{fz})$ — волновой вектор накачки, $k = |\vec{k}_f|$, A_x и A_y — феноменологические постоянные с размерностью м^{-1} . При численном моделировании варьируется величина амплитуды силы накачки f_0 и угловая скорость вращения. Грани куба считаются твердыми и непроницаемыми. Начальными условиями являются нулевые поля скорости и давления, длина ребра куба равна 2π м, плотность жидкости $\rho = 1 \text{ кг/м}^3$ и кинематическая вязкость $\nu = 0.01 \text{ м}^2/\text{с}$. Кинетическая энергия задаётся выражением $K = \rho(u^2 + v^2 + w^2)/2$.

В случаях малой частоты вращения система уравнений описывает циклонические и антициклонические течения, в которых вращательные силы преобладают над центробежными. В нашей численной модели центробежный потенциал $[\vec{\Omega} \times [\vec{\Omega} \times \vec{r}]]$ переопределяет значение поля давления, что не приводит к изменению характера поля скорости.

2. Особенности применения пакета программ OpenFOAM для решения квазидвумерных задач

Моделирование квазидвумерной турбулентности является трудоемкой вычислительной задачей из-за нелинейности системы уравнений Навье–Стокса и сложной пространственной динамики турбулентных течений. Особенно длительными становятся численные эксперименты при нулевых граничных условиях. Это связано с необходимостью подробного разрешения пограничного слоя при описании взаимодействия потока с твердыми стенками. Нулевые граничные условия вызывают появление резких градиентов параметров у границ, где формируются сложные вихревые структуры потока. Этот факт обуславливает необходимость увеличения количества расчетных точек в пограничном слое, что, в свою очередь, влияет на объем вычислений и требует больших вычислительных ресурсов. В данной работе применен метод сгущения сетки к границам таким образом, чтобы в пограничном слое присутствовало как минимум 10 вычислительных ячеек.

Численным подходом, выбранным для решения уравнений, является метод конечного объема. Суть этого метода заключается в дискретизации непрерывных величин путем их усреднения по конечному объему [12]. Изменение значений полей в ячейке рассчитывается как сумма потоков соответствующих величин через границы объёма. Такой способ расчёта полей гарантирует выполнение законов сохранения внутри области.

Рассмотрим постановку задачи в программе OpenFOAM подробнее.

2.1. Начальные и граничные условия

В качестве начальных условий используется невозмущённая среда — задается нулевое векторное поле скорости (Рис. 1), постоянное поле давления (Рис. 2) и нулевое поле кинетической энергии (Рис. 3). В ходе расчётов анализируются не абсолютные значения давления и энергии, а их отклонения от начальных значений.

В качестве граничных условий используются нулевые значения скорости и энергии, а для поля давления — обращение в нуль нормальной компоненты градиента.

2.2. Параметры задачи

Константы, используемые в расчётах, указываются в файле *transportProperties* (Рис. 4). К этим константам в нашей модели относится кинематическая вязкость (ν), угловая скорость (Ω), плотность (ρ_0) и амплитуда внешней силы (f_0).

2.3. Система уравнений

Файл *UEqn.H* содержит описание системы решаемых уравнений (Рис. 5). В этот файл были добавлены слагаемые, задающие вращение и накачку.

```

1 /*-----* C++ -*-----*/
2 /=====/
3 / || / Field / OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox /
4 / || / Operation / Version: v2306 /
5 / || / And / Website: www.openfoam.com /
6 / || / Manipulation /
7 /*-----*
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        volVectorField;
13     object       U;
14 }
15 // ***** //
16
17 dimensions      [0 1 -1 0 0 0];
18
19 internalField   uniform (0 0 0);
20
21 boundaryField
22 {
23     top
24     {
25         type      fixedValue;
26         value      uniform (0 0 0);
27     }
28     bottom
29     {
30         type      fixedValue;
31         value      uniform (0 0 0);
32     }
33     wall
34     {
35         type      fixedValue;
36         value      uniform (0 0 0);
37     }
38 }
39
40 // ***** //

```

Рис. 1. Задание начальных и граничных условий для поля скорости.

```

1 /*-----* C++ -*-----*/
2 /=====/
3 / || / Field / OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox /
4 / || / Operation / Version: v2306 /
5 / || / And / Website: www.openfoam.com /
6 / || / Manipulation /
7 /*-----*
8 FoamFile
9 {
10     version      2.0;
11     format       ascii;
12     class        volScalarField;
13     object       p;
14 }
15 // ***** //
16
17 dimensions      [1 -1 -2 0 0 0];
18
19 internalField   uniform 101000;
20
21 boundaryField
22 {
23     top
24     {
25         type      slip;
26     }
27     bottom
28     {
29         type      slip;
30     }
31     wall
32     {
33         type      slip;
34     }
35 }
36
37 // ***** //

```

Рис. 2. Задание начальных и граничных условий для поля давления.

```

1 /*-----* C++ *-----*/
2 / ===== /
3 / || / F ield / OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox /
4 / || / O peration / Version: v2306 /
5 / || / A nd / Website: www.openfoam.com /
6 / || / M anipulation /
7 /*-----*/
8 FoamFile
9 {
10  version      2.0;
11  format       ascii;
12  class        volScalarField;
13  object       k;
14 }
15 // ***** //
16 // Turbulent kinetic energy
17
18 dimensions   [0 2 -2 0 0 0 0];
19
20 internalField uniform 0.0;
21
22 boundaryField
23 {
24   top
25   {
26     type       fixedValue;
27     value      uniform 0.0;
28   }
29
30   bottom
31   {
32     type       fixedValue;
33     value      uniform 0.0;
34   }
35
36   wall
37   {
38     type       fixedValue;
39     value      uniform 0.0;
40   }
41 }
42 // ***** //
43 // ***** //

```

Рис. 3. Задание начальных и граничных условий для кинетической энергии.

```

1 /*-----* C++ *-----*/
2 / ===== /
3 / || / F ield / OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox /
4 / || / O peration / Version: v2306 /
5 / || / A nd / Website: www.openfoam.com /
6 / || / M anipulation /
7 /*-----*/
8 FoamFile
9 {
10  version      2.0;
11  format       ascii;
12  class        dictionary;
13  object       transportProperties;
14 }
15 // ***** //
16
17 transportModel Newtonian;
18
19 nu            nu [ 0 2 -1 0 0 0 0 ] 0.01;
20
21 omega        omega [ 0 0 -1 0 0 0 0 ] (0.0 0.0 40.0);
22
23 // ***** //

```

Рис. 4. Задание скалярного значения кинематической вязкости и векторного значения угловой скорости.

2.4. Расчётная сетка

Расчётную область, куб с размером ребра $L = 2\pi$ м, представим в виде набора ячеек с координатами вершин и центров, причём $-\pi \leq x, y, z \leq \pi$. В текущем исследовании используется подход прямого численного моделирования турбулентности.

```

1 // Solve the Momentum equation
2
3 MRF.correctBoundaryVelocity(U);
4
5 tmp<fvVectorMatrix> tUEqn
6 (
7     fvm::ddt(U) + fvm::div(phi, U)
8     + MRF.DDt(U)
9     + turbulence->divDevReff(U)
10    - external_force
11    + 2.0 * (omega ^ U)
12 ==
13     fvOptions(U)
14 );
15 fvVectorMatrix& UEqn = tUEqn.ref();
16
17 UEqn.relax();
18
19 fvOptions.constrain(UEqn);
20
21 if (pimple.momentumPredictor())
22 {
23     solve(UEqn == -fvc::grad(p) / rho_0);
24
25     fvOptions.correct(U);
26 }

```

Рис. 5. Задание решаемой системы уравнений в файле UEqn.H.

При этом подходе для корректного моделирования необходимо различать турбулентные потоки в мелком масштабе, возникающие в пристеночных областях. Размер пограничного слоя можно оценить формулой

$$\delta \sim \sqrt{\nu/\Omega},$$

что при используемых параметрах $\nu = 0.01, \Omega \sim 10$ позволяет приблизить δ значением 0.01 м. Для моделирования процессов вихреобразования в пограничных областях необходимо либо проводить расчёты на равномерной сетке с количеством ячеек ~ 1000 , либо использовать неравномерную сетку со сгущением к границам. Первый подход требует значительных вычислительных ресурсов и более длительных расчётов. Поэтому было решено проводить моделирование на неравномерной сетке. Однако этот метод имеет свои недостатки. Например, при дальнейшей обработке полученных результатов для проведения корректных преобразований необходима интерполяция данных на структурированную сетку, равномерную по каждой оси.

Программный пакет OpenFOAM позволяет работать с сетками произвольной геометрии, в том числе тетраэдральной, полученной с помощью внешних программ-сеткопостроителей, таких как GMSH, и кубической — созданной, например, встроенной утилитой BlockMesh. Рассмотрим эти подходы подробнее.

2.4.1. Первый способ построения неравномерной сетки

В качестве первого метода построения сетки было выбрано явное выделение ожидаемого пограничного слоя и создание мелкой сетки, равномерной внутри слоя. Для реализации такого метода расчетная область была разделена на 15 частей (Рис. 6). 1 часть — выделенная белым цветом центральная область, 6 частей — выделенные серым цветом грани куба, 8 частей — выделенные чёрным цветом рёбра.

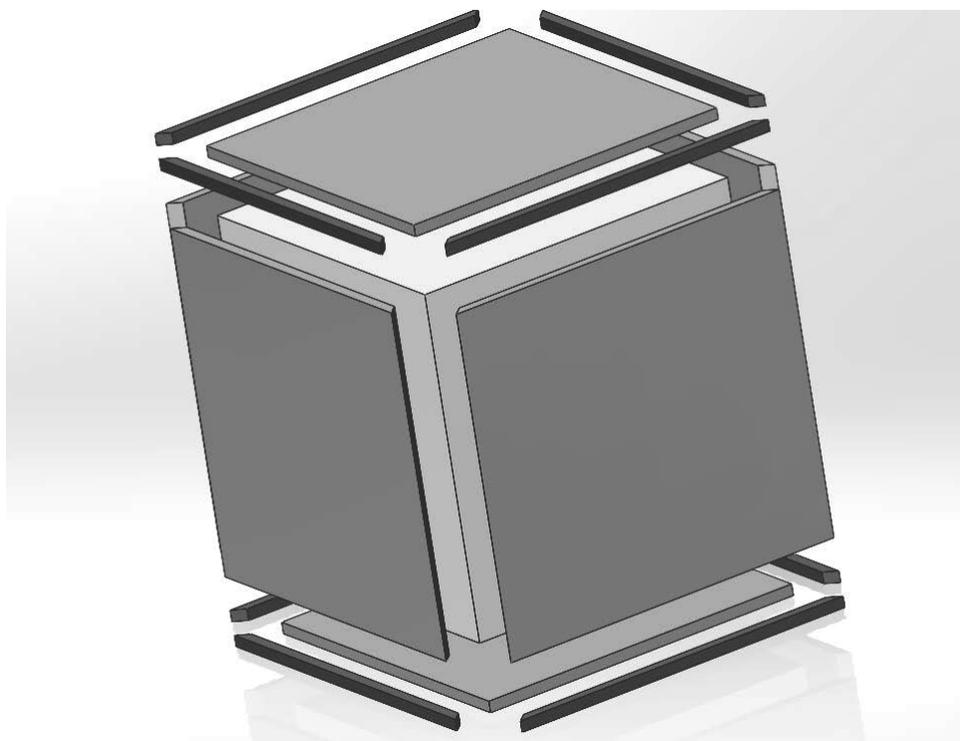


Рис. 6. Схема явного разбиения расчётной области на пограничные слои и внутреннюю область.

Сетка построена в программе GMSH. Внутри каждой области количество ячеек вдоль оси задавалось отдельным параметром. Полученная сетка разделялась на тетраэдры, которые использовались при расчёте в OpenFOAM. В большинстве экспериментов использовался пограничный слой размером 10 ячеек; внутренний объём в нескольких начальных расчётах разделялся на сетку $100 \times 100 \times 100$. Этого оказалось недостаточно для разрешения протекающих процессов вихреобразования, поэтому было принято решение увеличить количество ячеек вдоль каждой оси. Такой подход построения сетки позволяет конструировать расчётную область с достаточно мелкими ячейками в пограничном слое и крупными во внутренней области (Рис. 7).

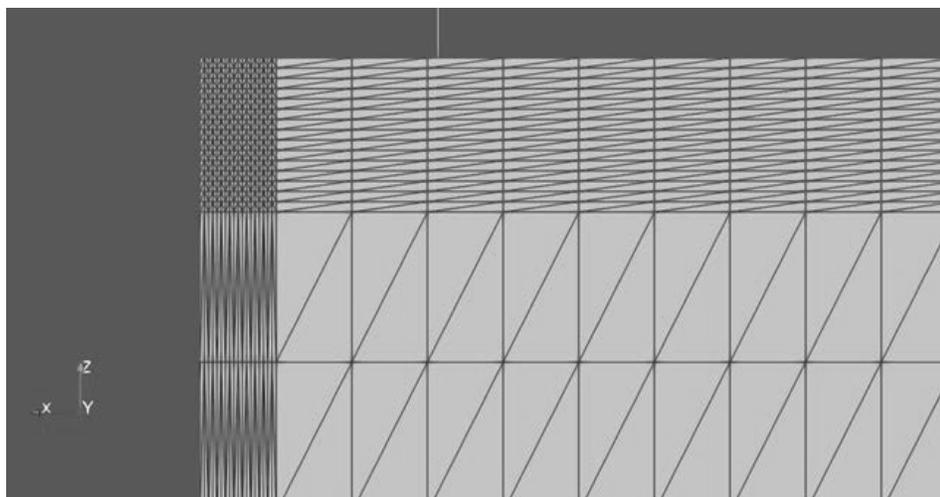


Рис. 7. Пример построения сетки с резким сгущением вблизи границы.

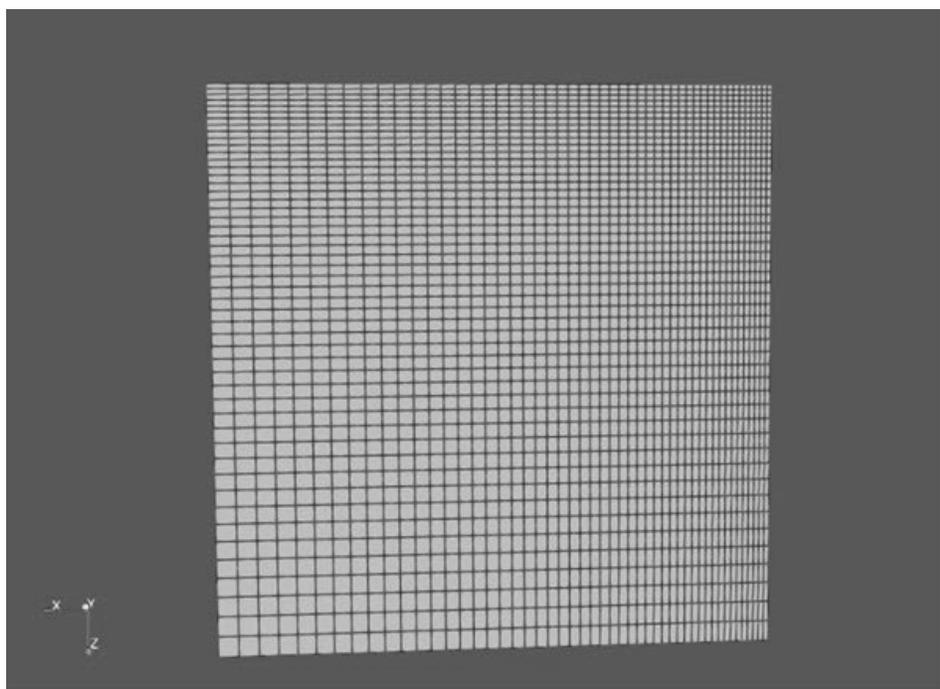


Рис. 8. Пример построения фрагмента расчётной сетки.

2.4.2. Второй способ построения неравномерной сетки

В качестве второго метода построения сетки было выбрано градиентное сгущение сетки к границам области, что позволило резко сократить расчётное время. Для реализации этого способа была использована стандартная утилита BlockMesh, предназначенная для построения сетки из параллелепипедов по текстовому файлу описания *blockMeshDict*. Расчётная область была разделена на 8 кубических частей, в каждой из которых задавался вектор сгущения сетки — от центра области к двум сторонам расчётной области (Рис. 8).

Итоговая сетка, используемая в большинстве экспериментов, состоит из 150 ячеек вдоль каждой оси. Сгущение сетки к краям расчётной области позволяет различать течения, возникающие в пограничном слое.

3. Численные результаты

В ходе численного эксперимента были обнаружены три основных различных по характеру режима течений [13, 14]:

- турбулентный — режим, при котором отклик системы, присутствующий из-за постоянного по времени пространственного воздействия, формирует неструктурированные пространственные течения;
- многовихревой — режим, при котором в течении образуется несколько однородных по вертикали вихрей малого радиуса. Подведённой энергии достаточно, чтобы сформировать когерентные мелкомасштабные вихри, которые в процессе развития сливаются в 2-3 достаточно крупных вихревых столбовых структуры. Эти циклоны вращаются внутри области и периодически сливаются и разделяются;
- вихревой — режим, представляющий собой одну крупную антициклоническую структуру. При определенных параметрах системы наблюдалось слияние нескольких циклонов (предыдущий режим) в один крупный столбовой вихрь, с характерным радиусом порядка половины размера вычислительной области, и выделение антициклонического течения.

Ниже в Таблице 1 представлены результаты экспериментов с указанием варьируемых переменных и возникающим в результате типом течения. Установившиеся течения характеризуют апостериорные числа Рейнольдса $Re = VL'/\nu$ и Россби $Ro = V/2\Omega L'$, где V есть среднеквадратичная скорость в ячейке, L' — характерный размер. Для многовихревого и вихревого режимов в качестве характерного размера были взяты масштабы турбулентных структур — $L' \sim L/3$ и $L' \sim L$ соответственно. Для турбулентного режима характерный масштаб был принят равным $L' = L_f = 1/k$. В Таблице 1 приведены полученные числа Рейнольдса и Россби для различных режимов течений.

На рис. 9 представлено распределение z компоненты поля завихренности $\omega_z = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}$ для разных Ωm^{-1} и $f_0 m/c^2$. Рис. 9(а) соответствует турбулентному режиму

Таблица 1. Классификация режимов течения в зависимости от параметров системы.

режим	Ω	f_0	Re	Ro
несколько циклонов	50	20	1090	0.130
несколько циклонов	50	10	1200	0.143
антициклон	50	30	3420	0.047
антициклон	50	5	3210	0.044
несколько циклонов	40	20	1000	0.136
несколько циклонов	30	20	800	0.117
турбулентность	20	20	53	0.888
турбулентность	10	20	42	1.122

течения с большим количеством неоднородных по вертикали вихрей малого диаметра. Данный режим течения возникает при низких частотах вращения $\Omega \leq 20$ и средней силе накачки $f_0 = 20$. На рис. 9(b) представлен многовихревой режим течения, для которого характерно формирование двух-трёх небольших вихрей-циклонов, однородных по вертикали. Такой режим течения возникает при средних частотах вращения $\Omega \in (20, 40)$ и средней силе накачки $f_0 = 20$. На рис. 9(c) изображен режим течения, для которого характерно формирование одного крупного вихря-циклона, однородного по вертикали. Этот режим течения возникает при высоких частотах вращения $\Omega = 50$ и различных силах накачки.

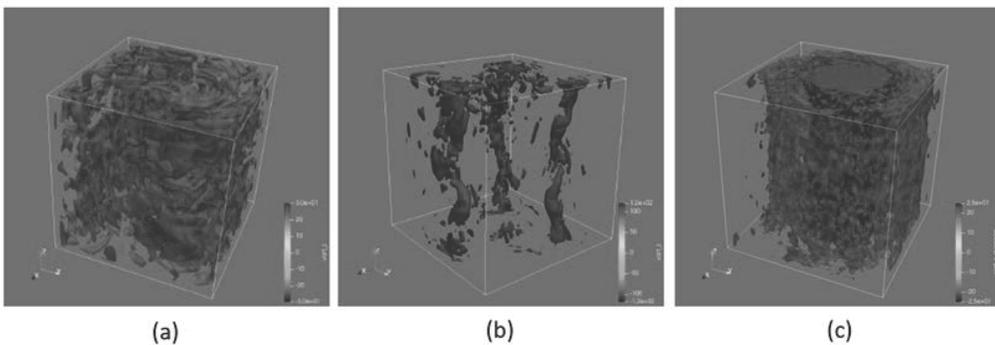


Рис. 9. Изоповерхности z -компоненты вектора завихренности для различных режимов течений: турбулентный (а, $\Omega = 20$; $f_0 = 20$), многовихревой (b, $\Omega = 40$; $f_0 = 20$), вихревой (с, $\Omega = 50$; $f_0 = 30$).

4. Обработка результатов

Результатом вычислений при помощи программного пакета OpenFOAM являются текстовые файлы с бинарной записью состояния полей переменных в расчетных ячейках, сохраняемые с заданной в файле *controlDict* периодичностью. Данный формат записи поддерживается стандартными программами визуализации, такими как ParaView. ParaView позволяет производить простейшие операции с полями, но не подходит для более детальной обработки данных. Однако OpenFOAM позволяет сохранять данные в более распространенных форматах, таких как vtk: команда *foamToVTK* с различными аргументами [12]. Такой формат записи уже может быть прочитан гораздо более широким спектром программ-визуализаторов и языков программирования, в частности, языком Python при помощи различных модулей.

Выводы

С помощью пакета прикладных программ OpenFOAM проведено численное моделирование трехмерного турбулентного течения в кубической ячейке с твердыми границами при наличии силы Кориолиса и постоянно действующей внешней силы. Результаты показали наличие нескольких качественно различных режимов в зависимости от частоты вращения и величины внешней силы. В широком диапазоне изменения Ω и f_0 устанавливается турбулентный тип течения, который характеризуется формированием хаотических структур различного пространственно-временного масштаба. При определенных значениях параметрах Ω и f_0 формируется многовихревой режим, состоящий из нескольких однородных по вертикали циклонов небольшого радиуса. Эти структуры неустойчивы и имеют тенденцию к слиянию и распаду. Наиболее редко возникающий в результате численного эксперимента вихревой режим течения представляет собой один крупный антициклон, занимающий всю расчетную область. Он формируется в результате слияния небольших циклонов, которые со временем меняют свое направление, организуясь в крупный антициклон. Заметим, что вращение циклонических течений сонаправлено с вращением куба (происходит против часовой стрелки), антициклон же вращается в противоположном направлении, что соответствует экспериментальным наблюдениям [10].

Перспективы для будущих исследований включают рассмотрение трехмерной системы со свободными границами для различных чисел Рейнольдса и Россби при наличии силы тяжести и атмосферных особенностей.

Благодарности

Автор благодарит за научное руководство Фортову Светлану Владимировну и плодотворные научные дискуссии Вергелеса Сергея Сергеевича.

Расчеты проводились на кластере «ПАРМА» Института теоретической физики имени Л. Д. Ландау.

Список литературы

- [1] McEwan A. D., “Angular momentum diffusion and the initiation of cyclones”, *Nature*, **260**, (1976), 126–128.
- [2] Ruppert-Felsot J. E., Praud O., Sharon E. and Swinney H. L., “Extraction of coherent structures in a rotating turbulent flow experiment”, *Physical Review E*, **72**, (2005), 016311.
- [3] Godeferd F. S., Moisy F., “Structure and dynamics of rotating turbulence: a review of recent experimental and numerical results”, *Applied Mechanics Reviews*, **67**, (2015), 030802.
- [4] Frisch U., *Turbulence: the legacy of A. N. Kolmogorov*, Cambridge University Press, 1995.
- [5] Pope S. B., *Turbulent flows*, Cambridge University Press, 2000.
- [6] Моисеев С. С., Сагдеев Р. З., Тур А. В., Хоменко Г. А., Яновский В. В., “Теория возникновения крупномасштабных структур в гидродинамической турбулентности”, *ЖЭТФ*, 1983.
- [7] Моисеев С. С., Сагдеев Р. З., Тур А. В., Хоменко Г. А., Шукуров А. М., “Физический механизм усиления вихревых возмущений в атмосфере”, *Докл. АН СССР*, 1983.
- [8] Levina G. V., Moiseev S. S., Rutkevich P. B., “Hydrodynamic alpha-effect in a convective system. Chapter 4”, *Advances in Fluid Mechanics. Nonlinear Instability, Chaos and Turbulence*, V. 2, eds. L. Debnath and D. N. Riahi, WITPress, Southampton, 2000, 111–162.
- [9] Levina G. V., Burylov I. A., “Numerical simulation of helical-vortex effects in Rayleigh-Benard convection”, *Nonlin. Processes Geophys.*, **13**, (2006), 205–222.
- [10] Тумачев Д. Д., Филатов С. В., Вергелес С. С., Левченко А. А., “Два режима динамики когерентных столбовых вихрей во вращающейся жидкости”, *Письма в ЖЭТФ*, **118**:6, (2023), 430–437.
- [11] John Marshall and others, “A finite-volume, incompressible Navier Stokes model for studies of the ocean on parallel computers”, *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, **102**:C3, (1997), 5753–5766.
- [12] <https://www.openfoam.com>.
- [13] Guzev M. A., Fortova S. V., Doludenko A. N., Posudnevskaya A. O., Ermakov A. D., “Maslov rank distributions for the analysis of two-dimensional and quasi-two-dimensional turbulent flows”, *Russian Journal of Mathematical Physics*, **31**:3, (2024), 438–449.
- [14] Фортова С. В., Ермаков А. Д., “Численное моделирование квази-двумерных турбулентных течений в замкнутой кубической ячейке”, *Математическое моделирование и численные методы*, **4**, (2024), 78–92.

Ermakov A. D.^{1,2} Application of the OpenFOAM software package for numerical simulation of vortex formation in an incompressible fluid in the presence of rotation. *Far Eastern Mathematical Journal*. 2025. V. 25. No 1. P. 48–60.

¹Institute for Computer Aided Design, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

²Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow

ABSTRACT

In this paper the problem of vortex formation in a cube in the presence of a rotational force and a continuously acting external force is numerically investigated. In the course of numerical experiments, depending on the amplitude of these forces and the rotational frequency, several types of flows were obtained — turbulent, multi-vortex, and vortex regimes. The OpenFOAM application software package is used for numerical modeling.

Key words: *rotating fluid, direct numerical simulation, OpenFOAM application software package.*